

---

УДК 539.1.01

## Геометризованная физика вакуума и основы Алгебры сигнатур

Михаил Батанов-Гаухман

к.т.н., доцент каф. 207 Института № 2 “Авиационные и ракетные двигатели и энергетические установки” ФГБОУВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Волоколамское шоссе, д.4, г. Москва, 125993, [alsignat@yandex.ru](mailto:alsignat@yandex.ru), ORCID iD [0000-0002-8179-6113](https://orcid.org/0000-0002-8179-6113))

Дата: 01 ноября 2020

**Аннотация:** Целью статьи является развитие геометризованной физики вакуума на основании двух основных постулатов: 1) постоянства скорости света (точнее скорости распространения электромагнитных волн) в вакууме; 2) вакуумного баланса, связанного с утверждением, что из вакуума рождаются только взаимно противоположные образования, так что в среднем они полностью компенсируют проявления друг друга. В качестве математической основы геометризованной физики вакуума предлагается Алгебра сигнатур.

**Ключевые слова:** вакуум, физика вакуума, полностью геометризованная физика, вакуумный баланс, сигнатура, алгебра сигнатур.

### **PACS numbers:**

07.30.Hd (Vacuum testing methods)

02.10.-v (Logic, set theory, and algebra)

## **ПРЕДИСЛОВИЕ**

В современном естествознании существует две взаимно противоположных концепции, которые называются: «идеализм» и «материализм».

### ***Материалистическая парадигма***

В рамках современной материалистической (механистической) парадигмы исходным элементом всего существующего является энергия, которая на определенном этапе расширения Вселенной частично структурировалась в элементарные частицы.

Далее из полного набора элементарных частиц (фотонов, электронов, протонов, нейтронов и других лептонов, барионов и мезонов), входящих в

состав Стандартной модели, формируются химические элементы (атомы и молекулы).

В свою очередь из атомов и молекул благодаря миллиардам-миллиардов случайных взаимодействий формируются наиболее энергетически выгодные неорганические и органические химические соединения.

В рамках этой механистической концепции актов взаимодействия химических элементов за 13,8 миллиардов лет существования Вселенной такое чрезвычайно огромное количество, что очень маленькая вероятность случайного образования биологической клетки и, следовательно, всего живого, является практически неизбежным событием.

Прагматический материализм рассматривает Жизнь – как наиболее выгодную и устойчивую форму существования самоорганизующейся материи, которая в состоянии самостоятельно размножаться, приспосабливаться и усовершенствоваться в процессе борьбы за существование (т.е. эволюции).

### *Идеалистическая парадигма*

В рамках «идеализма» Причиной всего существующего является Колоссальный Бесконечный РАССУДОК (ВСЕМОГУЩИЙ БОГ), КОТОРЫЙ Все Сотворил из Ничего (Пустоты). Акт Творения из Пустого-Небытия происходит посредством последовательного и постепенного Воплощения Идей Бесконечного РАССУДКА.

В иудаизме РАЗУМНЫЙ ИСТОК Бытия называется ЭЙН СОФ, Баруху (БЕСКОНЕЧНЫЙ, Благословен Он), в китайской философии - это ДАО (ПУТЬ Всего), в греческой философии - Неумолимый РОК, в индуизме БРАХМА (ТВОРЕЦ), в исламе АЛЛАХ (ВСЕСИЛЬНЫЙ).

Один из научных аспектов идеалистически парадигмы связан с изучением свойств вакуума – как проявленного в нашем мире атрибута ПУСТОТЫ.

Вакуум, в контексте пустого пространства, лежит в основе программы Клиффорда-Эйнштейна-Уиллера, направленной на полную геометризацию физики.

В рамках данной программы предполагается, что в окружающем нас мире не происходит ничего кроме искривлений, смещений и вращений локальных и глобальных участков пустого пространства (т.е. идеального вакуума).

На геометризацию физических полей были направлены работы Б. Римана, Т. Леви-Чивиты, А. Эйнштейна, Дж. Уиллера, Г. Вейля, Ф. Клейна, Э. Картана, Р. Вайценбека, Д. Витали и многих других исследователей.

В России в данное направление исследований внесли весомый вклад академик А.А. Логунов, развивавший Релятивистскую теорию гравитации [4], и академик РАЕН Г.И. Шипов [5], который использовал тетрадный формализм геометрии абсолютного параллелизма для развития физики вакуума и, в частности, теории торсионных полей.

Необходимо отметить, что полная геометризация физики неминуемо влечет за собой полный отказ от понятия масса и единицы измерения «килограмм», т.к. данное эвристическое понятие, соответствующее весу одного литра дистиллированной воды при  $4^{\circ}\text{C}$ , совершенно невозможно ввести в геометризованную физику.

Вместе с тем, отказ от понятия масса полностью разрушает идейные основы материализма. Полная геометризация физики влечет за собой отказ от любых проявлений субстанциональности. При этом мы сталкиваемся с проблемой иллюзорности окружающей реальности, т.к. ковариантность дифференциальной геометрии и тензорного анализа позволяет всякий раз подобрать такую локальную систему отсчета, в которой любые деформации, смещения и вращения вакуума совершенно отсутствуют.

Глобально устранить искривления вакуума не удастся, но при усреднении всех вакуумных проявлений полностью геометризованный мир совершенно исчезает.

Другими словами, весь геометризованный Мир в среднем – это ПУСТОТА, а локальные его проявления обладают свойствами голографии, или результата Волеизъявленного Воображения Колоссального РАССУДКА.

В качестве математической аппарата свето-геометрии вакуума используется Алгебра сигнатур, построенная в соответствии с логикой иудаизма {т.е. Алгоритмами Раскрытия Великого и Грозного Имени ВСЕВЫШНЕГО **י-ה-ו-ה** (ТЕТРАГРАММАТОНА)}, с логикой триграмм и гексаграмм Даосизма, и шахматной логики индуизма.

Алгоритмы Раскрытия Имени ВСЕВЫШНЕГО **י-ה-ו-ה**: *Милуй* (Наполнение), *Рибуй* (Раскрытие), *Эц Хаим* (Древо Жизни или Сфирот), *Альфа-Бет* (Алфавит), *ТАНТа* (Тона и Огласовки и) и др. взяты из лурианской каббалы и в собранном виде представлены в [12].

«Алгебра сигнатур» не умерщвляет Гармонию (как пушкинский Сальери). Напротив, Алгебра сигнатур восхищает и наполняет Душу Торжеством НЕБЕСНОЙ Мудрости, сокрытой в Великом и Грозном Четырёхбуквенном Имени ТВОРЦА (ТЕТРАГРАММАТОН)

**י-ה-ו-ה**

*Алгебра* в переводе с арамита: *АЛ* – БОГ, *Гебор* – Могущество  
(т.е. Алгебра – это Могущество ТВОРЦА)

## 1 ВВЕДЕНИЕ

Объектом исследования в данной статье является вакуум.

В современной физике различают: *технический вакуум* (разряженный газ); *физический вакуум* (низшее энергетическое состояние совокупности скалярных, векторных, тензорных и спинорных квантовых полей); *эйнштейновский вакуум* (в общем случае искривленный 4-мерный пространственно-временной континуум, окружающий нейтральные или заряженные

физические тела); *идеальный вакуум* (3-мерное пространство, в котором полностью отсутствуют какие-либо искривления и частицы).

Вначале данной статье основное внимание уделяется *идеальному вакууму*, с целью создания математического аппарата «Алгебры сигнатур», пригодного для исследования вакуумных явлений и развития «нулевых» технологий. Затем рассмотрены возможности описания искривленных участков вакуума.

В реальности нет места, в котором полностью отсутствовали бы глобальные вакуумные эффекты (связанные, например, с межпланетной и межзвёздной гравитацией и/или с расширением Вселенной), электромагнитные волны и мелкомасштабные вакуумные процессы рождения и аннигиляции виртуальных пар частиц и античастиц различных сортов. Тем не менее, вначале абстрагируемся от всевозможных вакуумных процессов, и рассмотрим локальную область совершенно плоского пустого 3-мерного пространства (т.е. *идеального вакуума*).

Прежде всего, отметим, что современной науке ничего достоверно не известно о субстанциональной основе пустого пространства (вакуума), т.к. разнообразные теории, типа гипотезы о существовании эфира, не получили экспериментального подтверждения. Струнные теории предлагают гипотезу о возможном существовании исходных линейных объектов (суперструн) и многомерных объектов (*D*-бран), формирующих свойства окружающей нас реальности, но экспериментально эти экзотические объекты не обнаружены. Предсказания теории петлевой квантовой гравитации теории также нуждаются в экспериментальной проверке и т.д.

Настоящая работа опирается на три достоверных (экспериментально подтвержденных) факта:

- 1) В вакууме распространяются электромагнитные волны (т.е. свет) со скоростью  $c = 299\,792\,458$  м/с.

2) Все усредненные характеристики в среднем плоского участка вакуума (импульс, момент импульса, спин и т.д.) равны нулю.

3) Если из вакуума что-либо рождается, то обязательно во взаимно - противоположном виде (частица – античастица, выпуклость – вогнутость, волна – антиволна и т.д.). Это свойство вакуума в рамках данной работы называется «условием вакуумного баланса».

Отметим, что скорость света в вакууме измеряется с достаточной точностью только на протяжении последних 70 – 80 лет. За это время ощутимых изменений этой величины не было обнаружено. Это позволило рассматривать скорость света в вакууме в качестве мировой константы. Однако это слишком короткий период наблюдений, чтобы уверенно утверждать, что скорость света со временем не меняется. Например, считается, что Вселенная ускоренно расширяется, поэтому не исключено, что вакуум все больше и больше напрягается, и не исключено, что скорость света в вакууме медленно изменяется.

Несмотря на возможную нестабильность свойств пустоты, постулат о постоянстве скорости света в вакууме в этой работе принят в качестве исходной аксиомы. Вместе с тем, как выяснится ниже, математический аппарат Алгебры сигнатур оказался не чувствительным к возможному изменению величины скорости света в вакууме.

Развитые в этой работе основы Алгебра сигнатур предлагаются в качестве универсального математического аппарата, пригодного для исследования не только свойств вакуума, но и любых других жидких, твердых и газообразных сплошных сред, в которых волновые возмущения распространяются с постоянной скоростью. Так же в [15] показано, что Алгебра сигнатур может быть полезной для применения во многих других отраслях знания.

Номера определений новых терминов, введенных в данной статье, представлены в таблице 12.1.

## 2 ИДЕАЛЬНЫЙ ВАКУУМ

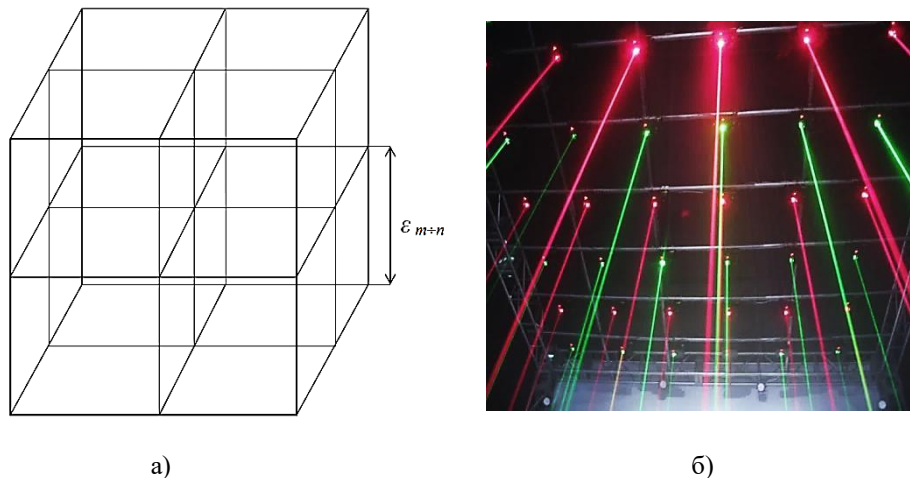
### 2.1 Продольное расслоение идеального вакуума на $\lambda_{m,n}$ -вакуумы

Рассмотрим 3-мерный объем идеального вакуума («вакуума»), в котором отсутствуют какие-либо частицы, искривления и вакуумные течения.

**Определение №2.1.1** Идеальный вакуум – для краткости будем называть «вакуум».

**Определение №2.1.2** Чистый (т.е. свободный от частиц), но искривленный или подвижный участок вакуума будем называть вакуум (пустота).

Прозондируем объем «вакуума» лучами лазера с трех взаимно перпендикулярных направлений, таким образом, чтобы они образовали 3-мерную кубическую решетку (рис. 2.1а).



**Рис. 2.1.** а) Трехмерная решетка в «вакууме», состоящая из взаимно перпендикулярных монохроматических лучей света с длиной волны  $\lambda_{m,n}$ ; длина ребра кубической ячейки данной решетки  $\varepsilon_{m,n} \sim 10^2 \lambda_{m,n}$ ; б) Лазерные лучи света в вакууме, визуализированные с помощью мелкодисперсной золи

Лучи света в вакууме не видны, но их можно визуализировать с помощью мелкодисперсной золи с низкой плотностью (т.е. с помощью мелких частичек с размером несколько микрон, равномерно распределённых по

всему исследуемому объему «вакуума», так, что расстояние между частицами много больше их размеров).

Разумеется, «вакуум», заполненный прозрачной золой, – это не идеальный вакуум. Тем не менее, лучи распространяются в самом «вакууме» (т.е. между частичками золи с низкой плотностью), при этом влиянием золи на метрико-динамические свойства макроскопического объема «вакуума» в рассматриваемом случае можно пренебречь.

Лазерный луч света – это узконаправленное распространение монохроматических электромагнитных волн с длиной волны  $\lambda_{4,5}$ , взятой из диапазона длин  $\Delta\lambda = 10^{-4} \div 10^{-5}$  см.

Поэтому 3-мерную решетку, состоящую из взаимно пересекающихся лазерных лучей, с длиной ребра одной кубической ячейки  $\varepsilon_{4,5} \sim 100 \cdot \lambda_{4,5}$  (рис. 2.1) будем называть  $\lambda_{4,5}$ -вакуумом (или световым 3D $_{4,5}$ -ландшафтом).

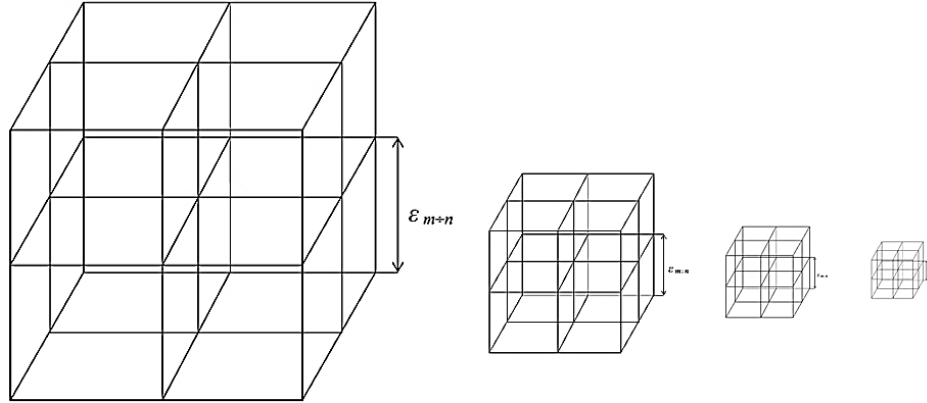
Разделим весь диапазон длин электромагнитных (световых) волн на множество поддиапазонов  $\Delta\lambda = 10^m \div 10^n$  см, где  $n = m + 1$  ( $m$  и  $n$  – целые числа).

**Определение №2.1.3** В данной статье эйконал электромагнитной волны с любой длиной волны  $\lambda$  называется "лучом света с  $\lambda$ ". При этом под эйконалом подразумевается кратчайшее расстояние от точки излучения светового (электромагнитного) сигнала до точки его приема. Диаметр эйконала (т.е. луча света) зависит от длины волны электромагнитного излучения, и определяется расстоянием от центра эйконала (луча) до препятствия, которое способно отнять не менее 1% энергии электромагнитного (светового) сигнала, передаваемого от излучателя до апертуры антенны приемника.

Аналогично тому, как это показано на рис. 2.1, прозондируем исследуемый объем «вакуума» другими монохроматическими лучами света с длинами волн  $\lambda_{m,n}$  из всех поддиапазонов  $\Delta\lambda = 10^m \div 10^n$  см. В результате



получим практически бесконечное количество вложенных друг в друга  $\lambda_{m,n}$ -вакуумов (т.е. световых  $3D_{m,n}$ -ландшафтов) с длинами ребер одной кубической ячейки  $\varepsilon_{m,n} \sim 100 \cdot \lambda_{m,n}$  (рис. 2.2).



**Рис. 2.2.** Дискретный набор вложенных друг в друга  $\lambda_{m,n}$ -вакуумов одного и того же 3-мерного объема «вакуума», где  $\lambda_{m,n} > \lambda_{m+1,n+1} > \lambda_{m+2,n+2} > \lambda_{m+3,n+3} \dots$

Величина ребра кубической ячейки каждого  $\lambda_{m,n}$ -вакуума

$$\varepsilon_{m,n} \sim 100 \cdot \lambda_{m,n} \quad (2.1.1)$$

вытекает из условия применимости геометрической оптики  $\lambda_{m,n} \rightarrow 0$ , т.е. когда толщина луча света много меньше величины соответствующей кубической ячейки, и ей можно пренебречь (смотрите Приложение 1).

**Определение №2.1.4**  $\lambda_{m,n}$ -вакуум – это световой  $3D_{m,n}$ -ландшафт в вакууме, геодезическими линиями которого являются монохроматические лучи света с длиной волны  $\lambda_{m,n}$ . При этом толщиной световых лучей можно пренебречь по сравнению с размерами одной ячейки светового  $3D_{m,n}$ -ландшафта. То есть выполняется условие применимости геометрической оптики.

**Определение №2.1.5** Продольное расслоение «вакуума» – это представление 3-мерного объема «вакуума» в виде бесконечной дискретной последовательности  $\lambda_{m,n}$ -вакуумов (рис. 2.2), вложенных друг в друга подобно

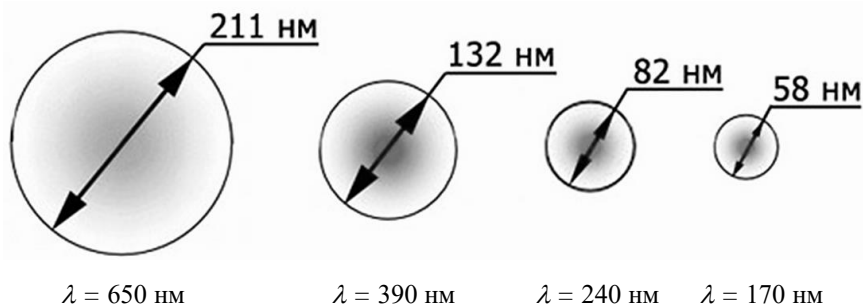
*матрешкам.*

Остается открытым вопрос: – Имеются ли физические ограничения, на частоту  $\omega$  или длину волны  $\lambda$  электромагнитной волны, как в сторону их увеличения, так и в сторону уменьшения? Если критические значения  $\omega_{max} = 2\pi c/\lambda_{max}$  и  $\omega_{min} = 2\pi c/\lambda_{min}$  существуют, то это будут очень важными характеристиками вакуума. На сегодня, насколько известно автору, диапазон частот наблюдаемых электромагнитных волн простирается от 2 Гц до  $10^{20}$  Гц, при этом ограничений на расширение данного диапазона экспериментально не обнаружено.

## 2.2 Геодезические линии искривленного участка $\lambda_{m,n}$ -вакуума

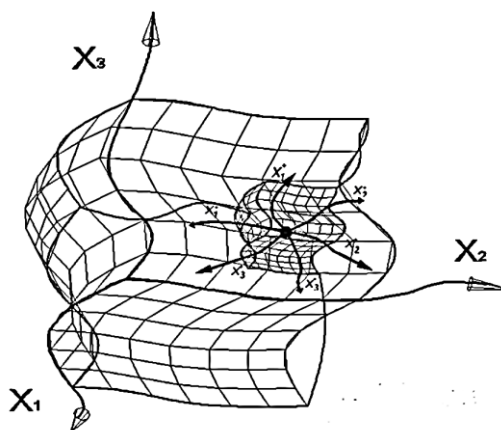
Многолетние экспериментальные данные показывают, что монохроматические лучи света во всем наблюдаемом диапазоне длин волн  $\Delta\lambda$  распространяются в «вакууме» с одной и той же скоростью света  $c$  и по одним и тем же законам электродинамики. Поэтому, если исследуемый участок вакуума не искривлен, то все  $\lambda_{m,n}$ -вакуумы (т.е. световые  $3D_{m,n}$ -ландшафты) будут представляться в виде идеальных кубических решеток (рис. 2.1, 2.2), т.к. геодезическими линиями всех этих не искривлённых  $\lambda_{m,n}$ -вакуумов являются прямые лучи света. При этом  $\lambda_{m,n}$ -вакуумы будут отличаться друг от друга только длиной ребра кубической ячейки  $\varepsilon_{m,n} \sim 10^2 \cdot \lambda_{m,n}$  (рис. 2.2).

Однако, если исследуемый участок вакуума окажется искривленным, то все  $\lambda_{m,n}$ -вакуумы будут несколько отличаться друг от друга в силу того, что лучи света (т.е. эйконалы) с разной длиной волны имеют разную толщину. Данное обстоятельство теоретически обосновывается в разделах геометрической оптики, связанных с разрешающей способностью оптических приборов [18, 22], и подтверждается экспериментальными данными (рис. 2.3).



**Рис. 2.3.** Экспериментальные данные о толщине луча лазера в зависимости от длины волны  $\lambda$  соответствующего монохроматического излучения ([https://tech.onliner.by/2006/03/29/blu\\_ray\\_about](https://tech.onliner.by/2006/03/29/blu_ray_about))

В этом случае каждый  $\lambda_{m,n}$ -вакуум (т.е. световой  $3D_{m,n}$ -ландшафт) будет уникальным (рис. 2.4), так как неровности вакуума усредняются в пределах толщины зондирующего луча света.



**Рис. 2.4.** Искривленный  $\lambda_{m,n}$ -вакуум вложен в искривленный  $\lambda_{f,d}$ -вакуум ( $\lambda_{f,d} > \lambda_{m,n}$ )

Поэтому один  $\lambda_{m,n}$ -вакуум – это только один 3-мерный «срез» искривленной области вакуума. Для более полного описания искривленного участка вакуума необходимо иметь бесконечный набор искривленных  $\lambda_{m,n}$ -вакуумов, вложенных друг в друга.

Таким образом, исследуемый локальный объем вакуума – это бесконечно сложная система. Ситуация однако упрощается тем, что во всем изу-

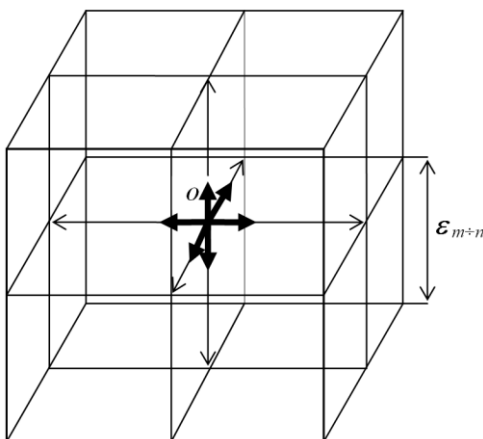
ченном диапазоне длин электромагнитных волн от 10 м до  $10^{-19}$  м все  $\lambda_{m,n}$ -вакуумы подчиняются одним и тем же физическим законам. Поэтому знания, полученные при изучении одного  $\lambda_{k,r}$ -вакуума автоматически распространяются на все остальные  $\lambda_{m,n}$ -вакуумы.

**Определение № 2.2.1** Все  $\lambda_{m,n}$ -вакуумы, находящиеся внутри изученного диапазона длин электромагнитных волн от 10 м до  $10^{-13}$  м, будем называть внутренними  $\lambda_{m,n}$ -вакуумами.

Ниже развивается математический аппарат Алгебры сигнатур, предназначенный для исследования локального объема только одного  $\lambda_{m,n}$ -вакуума. Но этот аппарат пригоден для исследования не только всех внутренних  $\lambda_{m,n}$ -вакуумов, но и любых других сплошных сред, в которых волновые возмущения распространяются с постоянной скоростью.

### 2.3 Шестнадцать вращающихся 4-базисов

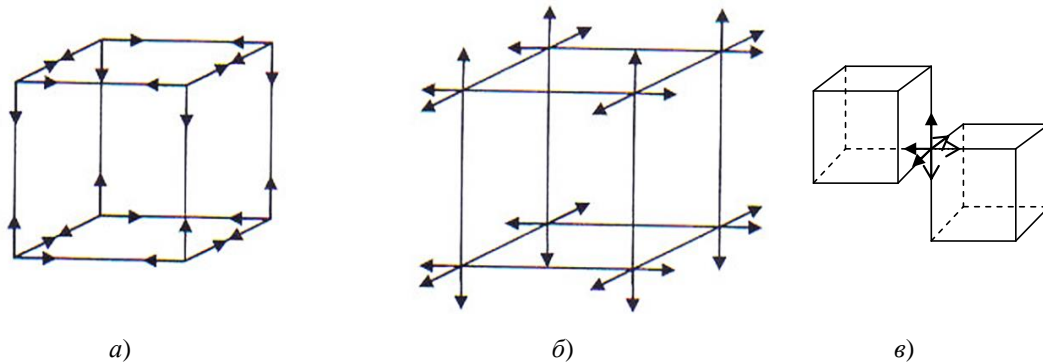
Вернемся к рассмотрению неискривленного объема одного из  $\lambda_{m,n}$ -вакуумов (рис. 1.2) и исследуем область «вакуума» в окрестности точки  $O$  (рис. 2.5).



**Рис. 2.5** Неискривленная световая 3D-решетка  $\lambda_{m,n}$ -вакуума, выявленная из «вакуума» посредством взаимно перпендикулярных монохроматических лучей света с длиной волны  $\lambda_{m,n}$ . Ячейками такой решетки являются кубы с длиной ребра  $\varepsilon_{m+n} \sim 10^2 \cdot \lambda_{m,n}$

Подсчитаем, сколько ортогональных 3-базисов берет начало в центральной точке  $O$  (рис. 2.3).

Если разнести 3-базисы из точки  $O$  в разные стороны, то выяснится, что их 16 (рис. 2.6 а,б).



**Рис. 2.6** Шестнадцать 3-базисов в центральной точке  $O$  изучаемого объема  $\lambda_{m,n}$ -вакуума  
 а) 8 внутренних 3-базисов; б) 8 внешних 3-антибазисов; в) смежные 3-базисы

Восемь 3-базисов относятся к самой кубической ячейке (рис. 2.6а), а восемь противоположных им 3-антибазисов относятся к смежным кубическим ячейкам (рис. 2.6 б,в).

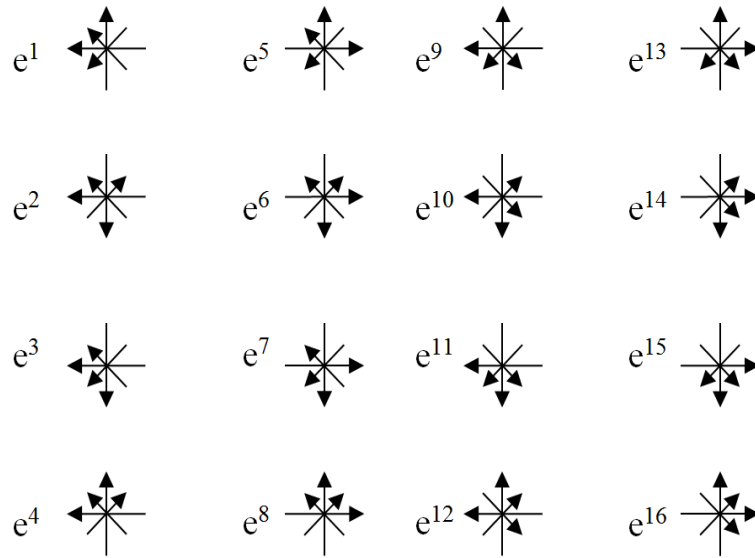
Согласно условию вакуумного баланса любое движение в вакууме должно сопровождаться аналогичным антидвижением. Поэтому, если один 3-базис (вместе с кубической ячейкой) поворачивается по часовой стрелке, то это возможно только, если смежная кубическая ячейка (вместе с 3 - антибазисом) аналогично поворачивается против часовой стрелки, поскольку в вакууме нет никакой точки опоры.

В связи с вышесказанным, удобно всем восьми 3-базисам (рис. 2.6а) добавить по четвертой оси времени  $t$ , а восьми 3-антибазисам (рис. 2.6б) добавить по четвертой анти-оси (т.е. противоположно направленной оси) времени  $-t$ .

**Определение №2.3.1** *Ось времени  $t$  определяется угловой частотой вращения 3-базиса (т.е. количеством оборотов в единицу времени). Вращение 3-базиса с постоянной угловой скоростью описывается выражением*

$d\varphi/dt = \omega$  (где  $\varphi$  и  $\omega$  – фаза и угловая частота вращения 3-базиса). Интегрируя данное выражение, получим ось времени  $t = \varphi/\omega$ . Вращение 3-антибазиса в противоположную сторону аналогично формирует анти-ось времени  $-t = \varphi/\omega$ .

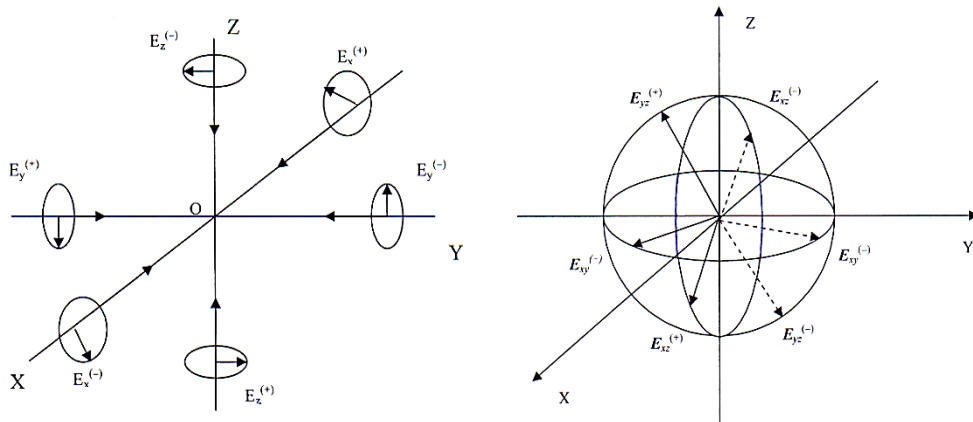
Таким образом, в рассматриваемой точке  $O$   $\lambda_{m,n}$ -вакуума (рис. 2.5) имеется  $8 + 8 = 16$  ортогональных 4-базисов, показанных на рис. 2.7.



**Рис. 2.7** Шестнадцать 4-базисов с началом в точке  $O$ , полученных посредством добавления к восьми 3-базисам четвертой оси времени и восьми 3-антибазисам по четвертой анти оси времени

Шестнадцать 4-базисов (рис. 2.7) могут быть получены в рамках теории распространения электромагнитных волн.

Пусть в точку  $O$  приходят шесть монохроматических лучей света с круговой поляризацией: по два встречных луча света с каждого из трех взаимно перпендикулярных направлений (рис. 2.8).



а)

б)

**Рис. 2.8** а) Лучи и антилучи (т.е. встречные лучи) света с круговой поляризацией, приходящие в точку  $O$  с трех взаимно перпендикулярных направлений; б) Два 3-базиса, состоящие из векторов электрического поля  $\mathbf{E}_x^{(+)}, \mathbf{E}_y^{(+)}, \mathbf{E}_z^{(+)}$  и  $\mathbf{E}_x^{(-)}, \mathbf{E}_y^{(-)}, \mathbf{E}_z^{(-)}$ , вращающиеся в точке  $O$  во взаимно противоположных направлениях

Из шести вращающихся векторов электрического поля  $\mathbf{E}_x^{(+)}, \mathbf{E}_y^{(+)}, \mathbf{E}_z^{(+)}$  и  $\mathbf{E}_x^{(-)}, \mathbf{E}_y^{(-)}, \mathbf{E}_z^{(-)}$ , показанных на рис. 2.6, можно составить 16 вращающихся 3-базисов. Из них: восемь 3-базисов вращаются по часовой стрелке, а восемь других 3-базисов вращаются против часовой стрелки.

### 3 АЛГЕБРА СТИГНАТУР

#### 3.1 Стигнатура аффинного 4-мерного пространства

Каждый из шестнадцати 4-базисов, показанных на рис. 2.7, задает направление осей 4-мерного аффинного пространства.

Чтобы ввести характеристику «стигнатура» этих пространств, сначала определим понятие «база».

Выберем из шестнадцати 4-базисов, показанных на рис. 2.7, 4-базис  $\mathbf{e}_i^{(5)}(\mathbf{e}_0^{(5)}, \mathbf{e}_1^{(5)}, \mathbf{e}_2^{(5)}, \mathbf{e}_3^{(5)})$  и назовем его «база».

Условно примем, что направления всех единичных векторов «базы» положительны (рис. 3.1)

$$\mathbf{e}_i^{(5)}(\mathbf{e}_0^{(5)}, \mathbf{e}_1^{(5)}, \mathbf{e}_2^{(5)}, \mathbf{e}_3^{(5)}) = (+1, +1, +1, +1) \rightarrow \{++++\}. \quad (3.1)$$

Здесь введено сокращенное обозначение  $\{++++\}$ , которое в дальнейшем будем называть «стигнатурой» аффинного пространства, задаваемого 4-базисом  $\mathbf{e}^{(5)}$  (т.е. «базой»).

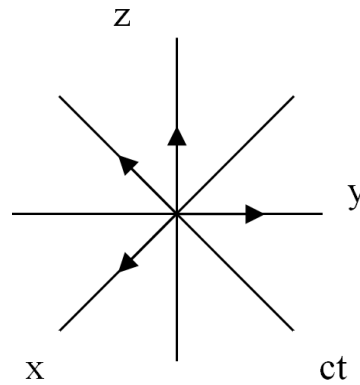


Рис. 3.1. Аффинное пространство, направления осей которого задано 4-базисом  $\mathbf{e}_i^{(5)}(\mathbf{e}_0^{(5)}, \mathbf{e}_1^{(5)}, \mathbf{e}_2^{(5)}, \mathbf{e}_3^{(5)})$  со стигматурой  $\{++++\}$

**Определение № 3.1.1** «Стигматура» 4-базиса – это совокупность знаков, соответствующих направлениям единичных векторов по отношению к направлениям соответствующих единичных векторов «базы».

Относительно направлений единичных векторов «базы» (т. е. 4-базиса  $\mathbf{e}^{(5)}$ ) единичные вектора всех остальных 4-базисов, показанных на рис. 2.7, имеют следующие знаки и соответствующие им стигматуры:

Таблица 3.1

4-базис (тетрада)	Стигматура	4-базис (тетрада)	Стигматура
$\mathbf{e}_i^{(1)}(\mathbf{e}_0^{(1)}, \mathbf{e}_1^{(1)}, \mathbf{e}_2^{(1)}, \mathbf{e}_3^{(1)}) =$ $= (1, 1, -1, 1) \rightarrow$	$\{+ + - +\}$	$\mathbf{e}_i^{(9)}(\mathbf{e}_0^{(9)}, \mathbf{e}_1^{(9)}, \mathbf{e}_2^{(9)}, \mathbf{e}_3^{(9)}) =$ $= (-1, 1, -1, 1) \rightarrow$	$\{- + - +\}$
$\mathbf{e}_i^{(2)}(\mathbf{e}_0^{(2)}, \mathbf{e}_1^{(2)}, \mathbf{e}_2^{(2)}, \mathbf{e}_3^{(2)}) =$ $= (1, -1, -1, -1) \rightarrow$	$\{+ - - -\}$	$\mathbf{e}_i^{(10)}(\mathbf{e}_0^{(10)}, \mathbf{e}_1^{(10)}, \mathbf{e}_2^{(10)}, \mathbf{e}_3^{(10)}) =$ $= (-1, 1, -1, -1) \rightarrow$	$\{- - - -\}$
$\mathbf{e}_i^{(3)}(\mathbf{e}_0^{(3)}, \mathbf{e}_1^{(3)}, \mathbf{e}_2^{(3)}, \mathbf{e}_3^{(3)}) =$ $= (1, 1, -1, -1) \rightarrow$	$\{+ + - -\}$	$\mathbf{e}_i^{(11)}(\mathbf{e}_0^{(11)}, \mathbf{e}_1^{(11)}, \mathbf{e}_2^{(11)}, \mathbf{e}_3^{(11)}) =$ $= (-1, 1, -1, -1) \rightarrow$	$\{- + - -\}$
$\mathbf{e}_i^{(4)}(\mathbf{e}_0^{(4)}, \mathbf{e}_1^{(4)}, \mathbf{e}_2^{(4)}, \mathbf{e}_3^{(4)}) =$ $= (1, -1, -1, 1) \rightarrow$	$\{+ - - +\}$	$\mathbf{e}_i^{(12)}(\mathbf{e}_0^{(12)}, \mathbf{e}_1^{(12)}, \mathbf{e}_2^{(12)}, \mathbf{e}_3^{(12)}) =$ $= (-1, -1, -1, 1) \rightarrow$	$\{- - - +\}$
$\mathbf{e}_i^{(5)}(\mathbf{e}_0^{(5)}, \mathbf{e}_1^{(5)}, \mathbf{e}_2^{(5)}, \mathbf{e}_3^{(5)}) =$ $= (1, 1, 1, 1) \rightarrow$	$\{+ + + +\}$	$\mathbf{e}_i^{(13)}(\mathbf{e}_0^{(13)}, \mathbf{e}_1^{(13)}, \mathbf{e}_2^{(13)}, \mathbf{e}_3^{(13)}) =$ $= (-1, 1, 1, 1) \rightarrow$	$\{- + + +\}$



$\mathbf{e}_i^{(6)}(\mathbf{e}_0^{(6)}, \mathbf{e}_1^{(6)}, \mathbf{e}_2^{(6)}, \mathbf{e}_3^{(6)}) =$ $= (1, -1, 1, -1) \rightarrow \{+-+-\}$	$\mathbf{e}_i^{(14)}(\mathbf{e}_0^{(14)}, \mathbf{e}_1^{(14)}, \mathbf{e}_2^{(14)}, \mathbf{e}_3^{(14)}) =$ $= (-1, -1, 1, -1) \rightarrow \{- - + -\}$
$\mathbf{e}_i^{(7)}(\mathbf{e}_0^{(7)}, \mathbf{e}_1^{(7)}, \mathbf{e}_2^{(7)}, \mathbf{e}_3^{(7)}) =$ $= (1, 1, 1, -1) \rightarrow \{++++\}$	$\mathbf{e}_i^{(15)}(\mathbf{e}_0^{(15)}, \mathbf{e}_1^{(15)}, \mathbf{e}_2^{(15)}, \mathbf{e}_3^{(15)}) =$ $= (-1, 1, 1, -1) \rightarrow \{-++-\}$
$\mathbf{e}_i^{(8)}(\mathbf{e}_0^{(8)}, \mathbf{e}_1^{(8)}, \mathbf{e}_2^{(8)}, \mathbf{e}_3^{(8)}) =$ $= (1, -1, 1, 1) \rightarrow \{+--+ \}$	$\mathbf{e}_i^{(16)}(\mathbf{e}_0^{(16)}, \mathbf{e}_1^{(16)}, \mathbf{e}_2^{(16)}, \mathbf{e}_3^{(16)}) =$ $= (-1, -1, 1, 1) \rightarrow \{- - + +\}$

### 3.2 Матрица стигнатур

Стигнатуры, приведенные в табл. 3.1, объединяются в 16-компонентную антисимметричную матрицу:

$$stign(e_i^{(a)}) = \begin{pmatrix} \{++++\}^{00} & \{++++\}^{10} & \{-++-\}^{20} & \{+--+ \}^{30} \\ \{----+\}^{01} & \{-+++\}^{11} & \{----+\}^{21} & \{-++-\}^{31} \\ \{+---+\}^{02} & \{+--\}^{12} & \{+---\}^{22} & \{+--+ \}^{32} \\ \{----+\}^{03} & \{+--\}^{13} & \{-++-\}^{23} & \{----\}^{33} \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

В качестве «базы» мог быть выбран любой другой 4-базис из шестнадцати 4-базисов показанных на рис. 2.7. При этом изменились бы сочетания знаков в стигнатурах аффинных пространств, но физическая суть исследуемого неискривленного объема  $\lambda_{m,n}$ -вакуума не изменяется. Тем не менее, следует помнить, что развиваемая здесь «Алгебра стигнатур» изначально имеет 16-кратную вырожденность. Данная вырожденность при определенных обстоятельствах (в частности, при некоторых видах искривления  $\lambda_{m,n}$ -вакуума) может привести к расщеплению исследуемого объема «пустоты» на 16 отличных квантовых состояний.

Матрицу (3.2) будем называть матрицей стигнатур. Эта матрица представляет собой отдельный математический объект, который обладает рядом свойств. Перечислим некоторые из них:

1. Сумма всех 16-и стигнатур (3.2) равна нулевой стигнатуре

$$\begin{aligned}
& \{+ + - +\} + \{+ - - -\} + \{+ + - -\} + \{+ - - +\} + \\
& + \{+ + + +\} + \{+ - + -\} + \{+ + + -\} + \{+ - + +\} + \quad (3.3) \\
& + \{- + - +\} + \{- - - -\} + \{- + - -\} + \{- - - +\} + \\
& + \{- + + +\} + \{- - + -\} + \{- + + -\} + \{- - + +\} = \{0000\}.
\end{aligned}$$

Это выражение так же можно представить в виде

$$\begin{array}{rcl}
\{+ + + +\} & + & \{- - - -\} = 0 \\
\{- - - +\} & + & \{+ + + -\} = 0 \\
\{+ - - +\} & + & \{- + + -\} = 0 \\
\{- - + -\} & + & \{+ + - +\} = 0 \\
\{+ + - -\} & + & \{- - + +\} = 0 \\
\{- + - -\} & + & \{+ - + +\} = 0 \\
\{+ - + -\} & + & \{- + - +\} = 0 \\
\{+ - - -\} & + & \{- + + +\} = 0 . \\
\{0 0 0 0\} & & \{0 0 0 0\}
\end{array}$$

где суммирование знаков «+» и «-» производится в каждой строке и столбце по правилам: «+» + «+» = 2«+», «+» + «-» = «-» + «+» = 0, «-» + «-» = 2«-».

2. Сумма всех 64 знаков, входящих в матрицу (3.2), равна нулю (32«+» + 32«-» = 0).

3. Возможны четыре бинарные комбинации знаков:

$$H' \leftrightarrow \begin{pmatrix} + \\ - \end{pmatrix} \quad V \leftrightarrow \begin{pmatrix} - \\ + \end{pmatrix} \quad H \leftrightarrow \begin{pmatrix} + \\ + \end{pmatrix} \quad I \leftrightarrow \begin{pmatrix} - \\ - \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

или в транспонированном виде

$$H'^+ \leftrightarrow (+ -) \quad V^+ \leftrightarrow (- +) \quad H^+ \leftrightarrow (+ +) \quad I^+ \leftrightarrow (- -) \quad (3.5)$$

4. Сочетания данных бинарных знаков образуют 16 вариантов стигна-тур:

$$\begin{aligned}
II &= \begin{pmatrix} - & - \\ - & - \end{pmatrix} \equiv \{- - - -\}; & HI &= \begin{pmatrix} + & - \\ + & - \end{pmatrix} \equiv \{+ + - -\}; & VI &= \begin{pmatrix} - & - \\ + & - \end{pmatrix} \equiv \{- + - -\}; & HT &= \begin{pmatrix} + & - \\ - & - \end{pmatrix} \equiv \{+ - - -\}; \\
IH &= \begin{pmatrix} - & + \\ - & + \end{pmatrix} \equiv \{- - + +\}; & HH &= \begin{pmatrix} + & + \\ + & + \end{pmatrix} \equiv \{+ + + +\}; & VH &= \begin{pmatrix} - & + \\ + & + \end{pmatrix} \equiv \{- - + +\}; & H'H &= \begin{pmatrix} + & + \\ - & + \end{pmatrix} \equiv \{- - + +\}; \\
IV &= \begin{pmatrix} - & - \\ - & + \end{pmatrix} \equiv \{- - - +\}; & HV &= \begin{pmatrix} + & - \\ + & + \end{pmatrix} \equiv \{+ + - +\}; & VV &= \begin{pmatrix} - & - \\ + & + \end{pmatrix} \equiv \{- + - +\}; & H'V &= \begin{pmatrix} + & - \\ - & + \end{pmatrix} \equiv \{- - - +\}; \\
IH' &= \begin{pmatrix} - & + \\ - & - \end{pmatrix} \equiv \{- - + -\}; & HH' &= \begin{pmatrix} + & + \\ + & - \end{pmatrix} \equiv \{+ + + -\}; & VH' &= \begin{pmatrix} - & + \\ + & - \end{pmatrix} \equiv \{- + + -\}; & H'H' &= \begin{pmatrix} + & + \\ - & - \end{pmatrix} \equiv \{- + + -\}.
\end{aligned} \tag{3.6}$$

5. Кронекеров квадрат двурядной матрицы бинарных знаков (3.5) образует матрицу, состоящую из 16 стигнатур, присутствующих в матрице (3.2):

$$\begin{pmatrix} \{++\} & \{+-\} \\ \{-+\} & \{--\} \end{pmatrix}^{\otimes 2} = \begin{pmatrix} \{++++\} & \{+++-\} & \{+-++\} & \{+--+ \} \\ \{++-+\} & \{++--\} & \{+---\} & \{+----\} \\ \{-+++ \} & \{-++-\} & \{---+\} & \{----\} \\ \{-+-+\} & \{-+--\} & \{---+ \} & \{-----\} \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

где  $\otimes$  – символ, означающий кронекерово умножение.

6. Матрица стигнатур (3.2) может быть представлена в виде суммы диагональной и антисимметричной матриц

$$\begin{pmatrix} \{++++\} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \{-++++\} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \{+----\} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \{-----\} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \{+++-\} & \{-++-\} & \{+-+\} \\ \{----+\} & 0 & \{---+\} & \{-+-+\} \\ \{+---+\} & \{++--\} & 0 & \{+-++\} \\ \{---+ \} & \{+--+ \} & \{-+--\} & 0 \end{pmatrix} \tag{3.8}$$

**Аналогия с китайской философией (И-Цзин аналогия)**

«И-Цзин аналогия» – это сходство исходным элементом математического аппарата Алгебры сигнатур (АС) с основами «И-Цзин» (китайской «Книги Перемен»).

Перечислим совпадающие признаки И-Цзин и Алгебры сигнатур:

- в Книге Перемен два начала:

«—» **Ян** и «- -» **Инь**,

и в Алгебре сигнатур два знака:

«-» и «+»;

- в китайской Книге Перемен 8 триграмм (рис. ИЦА1), и в Алгебре сигнатур восемь 3-базисов (рис. 6.2а) и/или восемь 3-антибазисов (рис. 6.2б);

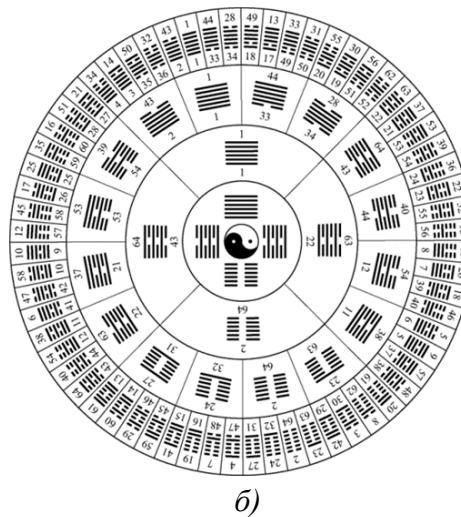
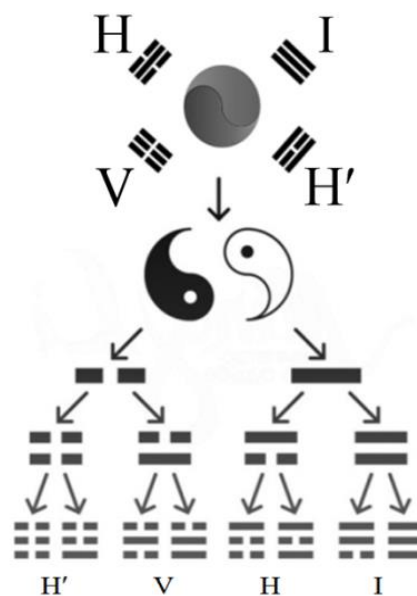


Рис. ИЦА1 Восемь триграмм и шестьдесят четыре гексаграммы китайской Книги Перемен (URL <http://hong-gia-ushu.ru/vu-chi/>)

- в Книге Перемен всевозможные сочетания по две триграммы порождают 64 гексаграммы (рис. 8.2 б,в), и в Алгебре стигнатур возможны 64 сочетания (сложения или умножения) каждого 3-базиса с каждым 3-антибазисом.
- Книга Перемен основана на различных сочетаниях двух взаимно противоположных Начал «—» (Ян) и «--» (Инь):

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{H'} & \mathbf{V} & \mathbf{H} & \mathbf{I} \\
 \text{молодой Инь} & \text{молодой Ян} & \text{старый Инь} & \text{старый Ян} \\
 \text{==} & \text{==} & \text{==} & \text{==}
 \end{array}$$

Аналогично, в Алгебре сигнатур возможны четыре бинарные комбинации знаков «+» и «-» (8.5):

$$\{++\} \quad \{--\} \quad \{+-\} \quad \{-+\},$$

из которых формируются стигнатуры аффинных пространств и стигнатуры метрических пространств.

- Диалектика, триалектика и другая комбинаторика Алгебры сигнатур и «И-Цзын» (Книга Перемен) во многом совпадают, а основное понятие китайской философии Дао (Путь) во многом соответствует понятию «Вакуум».

### 3.3 Двурядные стигнатуры и матрицы Адамара

Если двурядным стигнатурам (3.6) вернуть исходные единицы, то получим двурядные матрицы

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}
 \end{array} \quad (3.9)$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Из них восемь матриц:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

являются матрицами Адамара, т.к. они удовлетворяют условию

$$H(2) \otimes H^T(2) = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

При возведении в кронекеровы степени любой из матриц (3.11) вновь получаются матрицы Адамара  $H(n)$ , удовлетворяющие условию:

$$H(n) \otimes H^T(n) = nI, \quad (3.13)$$

где  $I$  – диагональная единичная матрица размерности  $n \times n$ :

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Например,

$$H(2)^{\otimes 2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{\otimes 2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} & 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \\ 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} & -1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

$$H(2)^{\otimes 3} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{\otimes 3} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

и так далее по алгоритму

$$H(2)^{\otimes k} = H(2^k) = H(2) \otimes H(2)^{\otimes k-1} = H(2) \otimes H(2^{k-1}), \quad (3.17)$$

Напомним, что матрицы Адамара используются для построения помехозащищенных кодов с исправлением ошибок. В частности считается, что на основании матриц Адамара построены молекулы ДНК [10, 11].

Если в матрице (3.15) снова вместо 1 и  $-1$  использовать знаки  $\{+\}$  и  $\{-\}$ , то получим правило возведения в кронекерову степень двурядных стигнатур, например,

$$\begin{pmatrix} + & + \\ + & - \end{pmatrix}^{\otimes 2} = \begin{pmatrix} + & + \\ + & - \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} + & + \\ + & - \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} + \begin{pmatrix} + & + \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} + & + \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} + & - \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} + & - \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} + & + \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} + & + \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} + & - \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} + & - \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} + & + & + & + \\ + & - & + & - \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

$$\begin{pmatrix} + & + \\ + & - \end{pmatrix}^{\otimes 3} = \begin{pmatrix} + & + \\ + & - \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} + & + & + & + \\ + & - & + & - \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} + & + & + & + & + & + & + & + \\ + & - & + & - & + & - & + & - \\ + & + & - & - & + & + & - & - \\ + & - & - & + & + & - & - & + \\ + & + & + & + & - & - & - & - \\ + & - & + & - & - & + & - & + \\ + & + & - & - & - & - & + & + \\ + & - & - & + & - & + & + & - \end{pmatrix}$$

Двурядные стигнатуры, соответствующие матрицам (3.11)

$$\begin{pmatrix} - & + \\ + & + \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} + & + \\ - & + \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} + & - \\ + & - \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} + & + \\ + & - \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

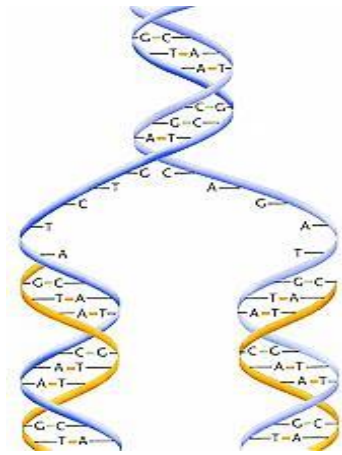
$$\begin{pmatrix} + & - \\ - & - \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} - & - \\ + & - \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} - & + \\ - & - \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} - & - \\ - & + \end{pmatrix}$$

будем называть двурядными стигматурами Адамара.

### Генетическая аналогия

На основании матриц Адамара выстраивается генетическая информация [10,11]. Молекулы дезоксирибонуклеиновой кислоты (ДНК) строятся из четырех химических элементов (нуклеотидов):

Аденин (**adenine**) - A или I  
 Гуанин (**guanine**) - G или H  
 Тимин (**thymine**) - T или V  
 Цитозин (**cytosine**) - C или H'



Эти четыре нуклеотида соответствуют двум битам информации

A	00	{--}
G	01	{-+}
T	10	{+-}
C	11	{++}

и формируют: дуплеты, триплеты и другие более сложные комбинации информационного полимера (молекулы ДНК) [10,11]:

$$\begin{pmatrix} A & G \\ C & T \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} A \begin{pmatrix} A & G \\ C & T \end{pmatrix} & G \begin{pmatrix} A & G \\ C & T \end{pmatrix} \\ C \begin{pmatrix} A & G \\ C & T \end{pmatrix} & T \begin{pmatrix} A & G \\ C & T \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} AA & AG \\ AH' & AV \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} GA & GG \\ GC & GT \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} CA & CG \\ CC & CT \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} TA & TG \\ TC & TT \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} A & G \\ C & T \end{pmatrix}^3 = \left( \begin{array}{cc} \begin{pmatrix} AAA & AAG \\ AAC & AAT \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} AGA & AGG \\ AGC & AGT \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} ACA & ACG \\ ACC & ACT \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} ATA & ATG \\ ATC & ATT \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} CAA & CAG \\ CAC & CAT \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} CGA & CGG \\ CGC & CGT \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} CCA & CCG \\ CCC & CCT \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} CTA & CTG \\ CTC & CTT \end{pmatrix} \end{array} \right) \left( \begin{array}{cc} \begin{pmatrix} GAA & GAG \\ GAC & GAT \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} GGA & GGG \\ GGC & GGT \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} GCA & GCG \\ GCC & GCT \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} GTA & GTG \\ GTC & GTT \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} TAA & TAG \\ TAC & TAT \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} TGA & TGG \\ TGC & TGT \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} TCA & TCG \\ TCC & TCT \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} TTA & TTG \\ TTC & TTT \end{pmatrix} \end{array} \right)$$

Данные комбинации нуклеотидов соответствуют комбинациям знаков «+» и «-»

$$\begin{pmatrix} + & + \\ + & - \end{pmatrix}^{\otimes 2} = \begin{pmatrix} + & + & + & + \\ + & - & + & - \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} + & + \\ + & - \end{pmatrix}^{\otimes 3} = \begin{pmatrix} + & + & + & + & + & + & + & + \\ + & - & + & - & + & - & + & - \\ + & + & - & - & + & + & - & - \\ + & - & - & + & + & - & - & + \\ + & + & + & + & - & - & - & - \\ + & - & + & - & - & + & - & + \\ + & + & - & - & - & - & + & + \\ + & - & - & + & - & + & + & - \end{pmatrix}$$

### 3.4 Цветные кватернионы

Шестнадцать стигнатур (3.2) соответствуют 16 типов «цветных» кватернионов

(3.20)

$z_1 = x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3$	{ + + + + }	{ - - - - }	$z_9 = -x_0 - ix_1 - jx_2 - kx_3$
$z_2 = -x_0 - ix_1 - jx_2 + kx_3$	{ - - - + }	{ + + + - }	$z_{10} = x_0 + ix_1 + jx_2 - kx_3$
$z_3 = x_0 - ix_1 - jx_2 + kx_3$	{ + - - + }	{ - + + - }	$z_{11} = -x_0 + ix_1 + jx_2 - kx_3$
$z_4 = -x_0 - ix_1 + jx_2 - kx_3$	{ - - + - }	{ + + - + }	$z_{12} = x_0 + ix_1 - jx_2 + kx_3$
$z_5 = x_0 + ix_1 - jx_2 - kx_3$	{ + + - - }	{ - - + + }	$z_{13} = -x_0 - ix_1 + jx_2 + kx_3$
$z_6 = -x_0 + ix_1 - jx_2 - kx_3$	{ - + - - }	{ + - + + }	$z_{14} = x_0 - ix_1 + jx_2 + kx_3$
$z_7 = x_0 - ix_1 + jx_2 - kx_3$	{ + - + - }	{ - + - + }	$z_{15} = -x_0 + ix_1 - jx_2 + kx_3$
$z_8 = -x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3$	{ - + + + }	{ + - - - }	$z_{16} = x_0 - ix_1 - jx_2 - kx_3$

В [14, 15] показано, что «цвета» кватернионов соответствуют «цветам» вакуумной хромодинамики.

Прямым вычислением легко убедиться, что сумма всех 16-и типов «цветных» кватернионов (3.20) равна нулю

$$\sum_{k=1}^{16} z_k = 0, \quad (3.21)$$

т. е. суперпозиция всех типов «цветных» кватернионов сбалансирована относительно нуля и удовлетворяет «условию вакуумного баланса»

### 3.5 Спектрально - стигнатурный анализ

Укажем на возможное применение Алгебры стигнатур для расширения возможностей спектрального анализа.

Напомним об известной в квантовой физике процедуре перехода от координатного представления к импульсному. Пусть имеется некоторая функция пространства и времени  $\rho(ct, x, y, z)$ . Данную функцию представляют в виде произведения двух амплитуд:

$$\rho(ct, x, y, z) = \varphi(ct, x, y, z) \varphi(ct, x, y, z). \quad (3.22)$$

Далее осуществляются два преобразования Фурье

$$\psi(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(ct, x, y, z) \exp\left\{i \frac{p}{\eta} (ct - x - y - z)\right\} d\Omega, \quad (3.23)$$

$$\psi^*(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(ct, x, y, z) \exp\left\{i \frac{p}{\eta} (-ct + x + y + z)\right\} d\Omega, \quad (3.24)$$

где  $p = 2\pi\eta/\lambda$  – обобщенная частота;  $\lambda$  – длина волны;  $\eta$  – коэффициент пропорциональности (в квантовой механике  $\eta = \hbar$  – редуцированная постоянная Планка);  $d\Omega = dctdx dy dz$  – элементарный 4-мерный объем.

Импульсное (спектральное) представление функции  $\rho(ct, x, y, z)$  получается в результате произведения двух амплитуд (3.23) и (3.24)

$$G(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) = \psi(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) \cdot \psi^*(p_{ct}, p_x, p_y, p_z). \quad (3.25)$$

По аналогии с процедурой (3.24) – (3.25) сформулируем основы спектрально-стигнатурного анализа.

Представим функцию  $\rho(ct, x, y, z)$  в виде произведения 8-и «амплитуд»

$$\rho(ct, x, y, z) = \varphi_1(ct, x, y, z) \varphi_2(ct, x, y, z) \varphi_3(ct, x, y, z) \times \dots \times \varphi_8(ct, x, y, z) = \prod_{k=1}^8 \varphi_k(ct, x, y, z). \quad (3.26)$$

Вместо мнимой единицы  $i$ , в интегралах (3.23) и (3.24), введем в рассмотрение восемь объектов  $\zeta_r$  (где  $r = 1, 2, 3, \dots, 8$ ), которые удовлетворяют антикоммутиративным соотношениям алгебры Клиффорда:

$$\zeta_m \zeta_k + \zeta_k \zeta_m = 0 \text{ при } m \neq k, \quad \zeta_m \zeta_m = 1, \quad (3.27)$$

$$\text{или } \zeta_m \zeta_k + \zeta_k \zeta_m = 2\delta_{km}, \quad (3.28)$$

где  $\delta_{km}$  – символ Кронекера ( $\delta_{km} = 0$  при  $m \neq k$  и  $\delta_{km} = 1$  при  $m = k$ ).

Данным требованиям удовлетворяют, например, набор  $8 \times 8$ -матриц типа

(3.29)

$$\begin{aligned}
\zeta_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \zeta_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} & \zeta_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
\zeta_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \zeta_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \zeta_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\zeta_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \zeta_8 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \delta_{km} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Осуществим восемь «цветных» преобразований Фурье

$$\begin{aligned}
\psi_1(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_1 \frac{p}{\eta} (ct + x + y + z)\right\} d\Omega, \\
\psi_2(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_2(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_2 \frac{p}{\eta} (-ct - x - y + z)\right\} d\Omega, \\
\psi_3(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_3(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_3 \frac{p}{\eta} (ct - x - y + z)\right\} d\Omega, \\
\psi_4(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_4(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_4 \frac{p}{\eta} (-ct - x + y - z)\right\} d\Omega, \\
\psi_5(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_5(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_5 \frac{p}{\eta} (ct + x - y - z)\right\} d\Omega, \\
\psi_6(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_6(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_6 \frac{p}{\eta} (-ct + x - y - z)\right\} d\Omega, \\
\psi_7(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_7(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_7 \frac{p}{\eta} (ct - x + y - z)\right\} d\Omega,
\end{aligned} \tag{3.30}$$

$$\psi_8(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_8(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_8 \frac{p}{\eta} (-ct + x + y + z)\right\} d\Omega,$$

где объекты  $\zeta_m$  (3.29) выполняют функцию клиффордовых мнимых единиц.

Так же найдем восемь комплексно сопряженных им Фурье-образов:

$$\psi_1^*(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_1 \frac{p}{\eta} (-ct - x - y - z)\right\} d\Omega, \quad (3.31)$$

$$\psi_2^*(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_2(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_2 \frac{p}{\eta} (c + x + y - z)\right\} d\Omega,$$

$$\psi_3^*(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_3(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_3 \frac{p}{\eta} (-ct + x + y - z)\right\} d\Omega,$$

$$\psi_4^*(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_4(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_4 \frac{p}{\eta} (ct + x - y + z)\right\} d\Omega,$$

$$\psi_5^*(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_5(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_5 \frac{p}{\eta} (-ct - x + y + z)\right\} d\Omega,$$

$$\psi_6^*(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_6(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_6 \frac{p}{\eta} (ct - x + y + z)\right\} d\Omega,$$

$$\psi_7^*(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_7(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_7 \frac{p}{\eta} (-ct + x - y + z)\right\} d\Omega,$$

$$\psi_8^*(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_8(ct, x, y, z) \exp\left\{\zeta_8 \frac{p}{\eta} (ct - x - y - z)\right\} d\Omega.$$

В интегралы «цветного» преобразования Фурье (3.30) и (3.31) входят 16 линейных форм со стигнатурами (3.2).

Спектрально-стигнатурное представление функции  $\rho(ct, x, y, z)$  получается в результате произведения восьми соответствующих пар «цветных» амплитуд (3.30) и комплексно сопряженных им «цветных» амплитуд (3.31)

$$\mathfrak{R}(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) = \prod_{k=1}^8 \psi_k(p_{ct}, p_x, p_y, p_z) \psi_k^*(p_{ct}, p_x, p_y, p_z). \quad (3.32)$$

В этом случае имеет место 16 типов «цветных» спиралей с соответствующими стигнатурами

$$\begin{array}{l}
\exp\{\zeta_1 2\pi/\lambda ( ct + x + y + z)\} \\
\exp\{\zeta_2 2\pi/\lambda (- ct - x - y + z)\} \\
\exp\{\zeta_3 2\pi/\lambda ( ct - x - y + z)\} \\
\exp\{\zeta_4 2\pi/\lambda (- ct - x + y - z)\} \\
\exp\{\zeta_5 2\pi/\lambda ( ct + x - y - z)\} \\
\exp\{\zeta_6 2\pi/\lambda (- ct + x - y - z)\} \\
\exp\{\zeta_7 2\pi/\lambda ( ct - x + y - z)\} \\
\exp\{\zeta_8 2\pi/\lambda (- ct + x + y + z)\} \\
\exp\{\zeta_1 2\pi/\lambda (- ct - x - y - z)\} \\
\exp\{\zeta_2 2\pi/\lambda ( ct + x + y - z)\} \\
\exp\{\zeta_3 2\pi/\lambda (- ct + x + y - z)\} \\
\exp\{\zeta_4 2\pi/\lambda ( ct + x - y + z)\} \\
\exp\{\zeta_5 2\pi/\lambda (- ct - x + y + z)\} \\
\exp\{\zeta_6 2\pi/\lambda ( ct - x + y + z)\} \\
\exp\{\zeta_7 2\pi/\lambda (- ct + x - y + z)\} \\
\exp\{\zeta_8 2\pi/\lambda ( ct - x - y - z)\}
\end{array}
\quad (3.33) \quad
\begin{array}{l}
\{+ + + +\} \\
\{- - - +\} \\
\{+ - - +\} \\
\{- - + -\} \\
\{+ + - -\} \\
\{- + - -\} \\
\{+ - + -\} \\
\{- + + +\} \\
\{- - - -\} \\
\{+ + + -\} \\
\{- + + -\} \\
\{+ + - +\} \\
\{- - + +\} \\
\{+ - + +\} \\
\{- + - +\} \\
\{+ - - -\} \\
\{0 0 0 0\}_+
\end{array}
\quad (3.34)$$

**Определение № 3.5.1** «Стигнатура» – это упорядоченная совокупность знаков, стоящих перед соответствующими слагаемыми линейной формы.

Выражение (3.34) будем называть «ранжиром» (*ранжир* – строй, порядок, шеренга), т.к. в его числителе действия над знаками (+) и (–) выполняются по столбцам и/или по строкам. Результат сложения знаков в одном столбце записывается в знаменатель под этим столбцом, а результат сложения знаков в одной строке записывается сбоку от ранжира {смотрите выражение (3.36)}.

Действие над знаками в числителе и знаменателе ранжира выполняются по арифметическим правилам сложения (или вычитания):

$$\begin{array}{l}
\{+\} + \{+\} = 2\{+\}; \quad \{-\} + \{+\} = \{0\}; \\
\{+\} + \{-\} = \{0\}; \quad \{-\} + \{-\} = 2\{-\},
\end{array}
\quad \left| \quad \begin{array}{l}
\{+\} - \{+\} = \{0\}; \quad \{-\} - \{+\} = 2\{-\}; \\
\{+\} - \{-\} = \{2+\}; \quad \{-\} - \{-\} = \{0\},
\end{array}
\right.
\quad (3.35)$$

Вид операции (сложение или вычитание) над знаками в числителе ранжиратора показывается в виде индекса его знаменателя  $\{\dots\}_+$  или  $\{\dots\}_-$ .

Ранжир (3.34) можно представить в виде суммы двух ранжиров

$$\begin{array}{rclcl}
 \{+ + + +\} & + & \{- - - -\} & = & 0 \\
 \{- - - +\} & + & \{+ + + -\} & = & 0 \\
 \{+ - - +\} & + & \{- + + -\} & = & 0 \\
 \{- - + -\} & + & \{+ + - +\} & = & 0 \\
 \{+ + - -\} & + & \{- - + +\} & = & 0 \\
 \{- + - -\} & + & \{+ - + +\} & = & 0 \\
 \{+ - + -\} & + & \{- + - +\} & = & 0 \\
 \{- + + +\} & + & \{+ - - -\} & = & 0 \\
 \{0 0 0 0\}_+ & & \{0 0 0 0\}_+ & = & 0 .
 \end{array} \tag{3.36}$$

где суммирование знаков осуществляется как по столбцам, так и по строкам.

Ранжирное выражение (3.36) называется «расщеплением аффинного нуля», и оно представляет интерес для свето-геометрии вакуума, поскольку отражает исходную структуру «условия вакуумного баланса».

Выражения (3.34) и (3.36) показывают, что «цветной» (т.е. спектрально - стигнатурный) Фурье анализ сбалансирован относительно нуля, и может быть применим в физике «вакуума».

В частности цветной (или спектрально-стигнатурный) Фурье анализ может оказаться полезным для развития «нулевых» (т.е. вакуумных) технологий, таких как уплотнение вакуумных каналов связи.

## 4 АЛГЕБРА СИГНАТУР

### 4.1 Метрические пространства с различными сигнатурами

Перейдем от аффинных геометрий к метрическим.

Рассмотрим аффинное пространство с 4-базисом  $\mathbf{e}_i^{(7)}(\mathbf{e}_0^{(7)}, \mathbf{e}_1^{(7)}, \mathbf{e}_2^{(7)}, \mathbf{e}_3^{(7)})$  (рис. 2.7 и рис. 4.1а) со стигнатурой  $\{+ + + -\}$ . Зададим в этом пространстве 4-вектор

$$d\mathbf{s}^{(7)} = \mathbf{e}_i^{(7)} dx_i^{(7)} = \mathbf{e}_0^{(7)} dx_0^{(7)} + \mathbf{e}_1^{(7)} dx_1^{(7)} + \mathbf{e}_2^{(7)} dx_2^{(7)} + \mathbf{e}_3^{(7)} dx_3^{(7)}, \quad (4.1)$$

где  $dx_i^{(7)}$  – это  $i$ -я проекция 4-вектора  $d\mathbf{s}^{(7)}$  на ось  $x_i^{(7)}$ , направление которой определяется базисным вектором  $\mathbf{e}_i^{(7)}$ .

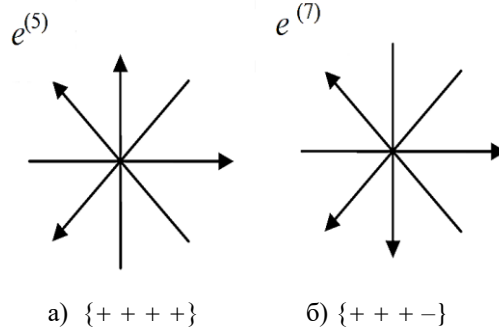


Рис. 4.1 Два 4-базиса с различными стигнатурами

Зададим второй 4-вектор в аффинном пространстве с 4-базисом  $\mathbf{e}_i^{(5)}(\mathbf{e}_0^{(5)}, \mathbf{e}_1^{(5)}, \mathbf{e}_2^{(5)}, \mathbf{e}_3^{(5)})$  (рис. 2.7 и рис. 4.1б), со стигнатурой  $\{+ + + +\}$

$$d\mathbf{s}^{(5)} = \mathbf{e}_i^{(5)} dx_i^{(5)} = \mathbf{e}_0^{(5)} dx_0^{(5)} + \mathbf{e}_1^{(5)} dx_1^{(5)} + \mathbf{e}_2^{(5)} dx_2^{(5)} + \mathbf{e}_3^{(5)} dx_3^{(5)}. \quad (4.2)$$

Найдем скалярное произведение 4-векторов (4.1) и (4.2)

$$\begin{aligned} d\mathbf{s}^{(5,7)2} &= d\mathbf{s}^{(5)} d\mathbf{s}^{(7)} = \mathbf{e}_i^{(5)} \mathbf{e}_j^{(7)} dx^i dx^j = \\ &= \mathbf{e}_0^{(5)} \mathbf{e}_0^{(7)} dx_0 dx_0 + \mathbf{e}_1^{(5)} \mathbf{e}_0^{(7)} dx_1 dx_0 + \mathbf{e}_2^{(5)} \mathbf{e}_0^{(7)} dx_2 dx_0 + \mathbf{e}_3^{(5)} \mathbf{e}_0^{(7)} dx_3 dx_0 + \\ &+ \mathbf{e}_0^{(5)} \mathbf{e}_1^{(7)} dx_0 dx_1 + \mathbf{e}_1^{(5)} \mathbf{e}_1^{(7)} dx_1 dx_1 + \mathbf{e}_2^{(5)} \mathbf{e}_1^{(7)} dx_2 dx_1 + \mathbf{e}_3^{(5)} \mathbf{e}_1^{(7)} dx_3 dx_1 + \\ &+ \mathbf{e}_0^{(5)} \mathbf{e}_2^{(7)} dx_0 dx_2 + \mathbf{e}_1^{(5)} \mathbf{e}_2^{(7)} dx_1 dx_2 + \mathbf{e}_2^{(5)} \mathbf{e}_2^{(7)} dx_2 dx_2 + \mathbf{e}_3^{(5)} \mathbf{e}_2^{(7)} dx_3 dx_2 + \\ &+ \mathbf{e}_0^{(5)} \mathbf{e}_3^{(7)} dx_0 dx_3 + \mathbf{e}_1^{(5)} \mathbf{e}_3^{(7)} dx_1 dx_3 + \mathbf{e}_2^{(5)} \mathbf{e}_3^{(7)} dx_2 dx_3 + \mathbf{e}_3^{(5)} \mathbf{e}_3^{(7)} dx_3 dx_3. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Для рассматриваемого случая, скалярные произведения базисных векторов  $\mathbf{e}_i^{(5)} \mathbf{e}_j^{(7)}$  равны:

$$\text{при } i = j \quad \mathbf{e}_0^{(5)} \mathbf{e}_0^{(7)} = 1, \quad \mathbf{e}_1^{(5)} \mathbf{e}_1^{(7)} = 1, \quad \mathbf{e}_2^{(5)} \mathbf{e}_2^{(7)} = 1, \quad \mathbf{e}_3^{(5)} \mathbf{e}_3^{(7)} = -1, \quad (4.4)$$

при  $i \neq j$  все  $\mathbf{e}_i^{(5)} \mathbf{e}_j^{(7)} = 0$ .



При этом выражение (4.3) приобретает вид квадратичной формы (т.е. 4-интервала)

$$ds^{(5,7)2} = dx_0 dx_0 + dx_1 dx_1 + dx_2 dx_2 - dx_3 dx_3 = dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 \quad (4.5)$$

с сигнатурой (+ + + -).

**Определение № 4.1.1** «Сигнатура» – это упорядоченная совокупность знаков, стоящих перед соответствующими слагаемыми квадратичной формы (термин ОТО).

Чтобы определить сигнатуру метрического пространства с метрикой (4.5), вместо выполнения операции скалярного произведения векторов (4.3) можно по столбцам перемножить знаки стигнатур 4-базисов, показанных на рис. 4.1:

$$\begin{array}{c} \{ + + + + \} \\ \{ + + + - \} \\ (+ + + -)_\times \end{array} \quad (4.6)$$

В числителе ранжира (4.6) выполнено умножение знаков в каждом столбце по правилам

$$\{ + \} \times \{ + \} = \{ + \}; \quad \{ - \} \times \{ + \} = \{ - \}; \quad (4.7)$$

результат такого перемножения записывается в знаменателе (под чертой) того же столбца. Выполнение действий по данным правилам будем называть ранжирным умножением.

**Определение № 4.1.2** «Ранжир» – это выражение, определяющее арифметическое действие со знаками стигнатур аффинных (линейных) форм или со знаками сигнатур метрических (квадратичных) форм. Знак после скобки в знаменателе ранжира показывает какая операция производится со знаками в столбцах и/или строках его числителя: (...) + - ранжирное сложение, (...) - - ранжирное вычитание, (...) : - ранжирное деление, (...) × - ранжирное умножение.

Подобно тому, как это было проделано с векторами  $ds^{(5)}$  и  $ds^{(7)}$  {смотрите выражения (4.3) – (4.3)}, попарно скалярно перемножить между собой

вектора из всех 16-и аффинных пространств с 4-базисами, показанными на рис. 2.7. В результате получим  $16 \times 16 = 256$  метрических 4-пространств с 4-интервалами вида

$$ds^{(ab)2} = \mathbf{e}_i^{(a)} \mathbf{e}_j^{(b)} dx^{i(a)} dx^{j(b)}, \quad (4.8)$$

где  $a = 1, 2, 3, \dots, 16$ ;  $b = 1, 2, 3, \dots, 16$ .

Сигнатуры этих  $16 \times 16 = 256$  метрических 4-пространств могут быть определены, подобно (4.8), ранжирными умножениями знаков стигнатур, соответствующих аффинных пространств:

$$\begin{array}{cccc}
 \{+-++\} & \{++++\} & \{-+++ \} & \{++++\} \\
 \underline{\{++++\}} & \underline{\{+-+-\}} & \underline{\{++++\}} & \underline{\{-+-+\}} \\
 (+--+ )\times & (+--+ )\times & (-+++ )\times & (-+++ )\times \\
 \\ 
 \{+--+\} & \{+--+ \} & \{-+++ \} & \{+--+ \} \\
 \underline{\{++++\}} & \underline{\{-+++ \}} & \underline{\{-+++ \}} & \underline{\{+--+ \}} \\
 (+--- )\times & (-+--- )\times & (++++ )\times & (++++ )\times \\
 \\ 
 \{+----\} & \{+--+ \} & \{-+-+\} & \{+--+ \} \\
 \underline{\{++++\}} & \underline{\{-+---\}} & \underline{\{---+-\}} & \underline{\{+--+ \}} \\
 (+--- )\times & (-+++ )\times & (+--- )\times & (++++ )\times \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \\ 
 \{+++-\} & \{-+---\} & \{-+--+ \} & \{+--+ \} \\
 \underline{\{---+-\}} & \underline{\{+--+ \}} & \underline{\{+--+ \}} & \underline{\{-+--+ \}} \\
 (---+ )\times & (---+ )\times & (-+--+ )\times & (---- )\times \\
 & & & (4.9)
 \end{array}$$

Точка  $O$  (рис. 2.5) является местом пересечения всех 256 метрических 4-пространств с интервалами (4.8) и соответствующей сигнатурой (4.9).

Сумма всех 256 метрических 4-пространств, пересекающихся в точке  $O$ , равна нулю

$$\sum_{k=1}^{256} ds^{(k)} = \sum_{a=1}^{16} \sum_{b=1}^{16} e_i^{(a)} e_j^{(b)} dx^{i(a)} dx^{j(b)} = 0 \quad (4.10)$$

в этом легко убедиться, так как среди  $256 \times 4 = 1024$  знаков всех 256 сигнатур имеется 512  $\{+\}$  и 512  $\{-\}$ . Таким образом, выражение (4.10) удовлетворяет «условию вакуумного баланса».

Набор из 256-и метрических 4-пространств (4-карт) образуют единый 256-страничный «атлас» с местом скрепления в точке  $O$ , с общим числом математических измерений  $256 \times 4 = 1024$ .

Подход Алгебры сигнатур (АС) во многом совпадает с локально-реперным (тетрадным) формализмом, который развивали Э. Картан, Р. Вайценбек, Т. Леви-Чивита, Г. Шипов [19] и часто использовался А. Эйнштейном в рамках дифференциальной геометрии с абсолютным параллелизмом.

Отличие Алгебры сигнатур от тетрадного метода в ОТО заключается в следующем. В геометрии с абсолютным параллелизмом в каждой точке 4-мерного многообразия имеется два 4-репера (т.е. две тетрады), которые определяют одну метрику с интервалом  $ds^{(ab)2} = e_i^{(a)} e_j^{(b)} dx^{i(a)} dx^{j(b)}$  и сигнатурой  $(+ - - -)$ , тогда как в АС в каждой точке 3-мерного многообразия (т.е.  $\lambda_{m,n}$ -вакуума) имеется шестнадцать 4-базисов (или 4-реперов, или тетрад) (рис. 2.7), скалярные произведения которых образуют 256 метрик (4.8), имеющих соответствующую сигнатуру из совокупности сигнатур (4.9).

## 4.2 Четыре вида правил ранжирного умножения и деления

В рамках Алгебры сигнатур умножение и деление знаков в числителях ранжиров могут выполняться по следующим четырем видам арифметических правил:

I - правила для коммутативного  $\lambda_{m,n}$ -вакуума:

$$\begin{aligned} \{+\} \times \{+\} &= \{+\} & \{-\} \times \{+\} &= \{-\} \\ \{+\} \times \{-\} &= \{-\} & \{-\} \times \{-\} &= \{+\} \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \{+\} : \{+\} &= \{+\} & \{-\} : \{+\} &= \{-\} \\ \{+\} : \{-\} &= \{-\} & \{-\} : \{-\} &= \{+\}; \end{aligned} \quad (4.12)$$

И - правила для некоммутативного  $\lambda_{m,n}$ -вакуума:

$$\begin{aligned} \{+\} \times \{+\} &= \{+\} & \{-\} \times \{+\} &= \{-\} \\ \{+\} \times \{-\} &= \{+\} & \{-\} \times \{-\} &= \{-\} \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \{+\} : \{+\} &= \{+\} & \{-\} : \{+\} &= \{-\} \\ \{+\} : \{-\} &= \{+\} & \{-\} : \{-\} &= \{-\}; \end{aligned} \quad (4.14)$$

V - правила для некоммутативного  $\lambda_{m,n}$ -антивакуума:

$$\begin{aligned} \{+\} \times \{+\} &= \{-\} & \{-\} \times \{+\} &= \{-\} \\ \{+\} \times \{-\} &= \{+\} & \{-\} \times \{-\} &= \{+\} \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \{+\} : \{+\} &= \{-\} & \{-\} : \{+\} &= \{-\} \\ \{+\} : \{-\} &= \{+\} & \{-\} : \{-\} &= \{+\}; \end{aligned} \quad (4.16)$$

И' - правила для коммутативного  $\lambda_{m,n}$ -антивакуума:

$$\begin{aligned} \{+\} \times \{+\} &= \{-\} & \{-\} \times \{+\} &= \{+\} \\ \{+\} \times \{-\} &= \{-\} & \{-\} \times \{-\} &= \{+\} \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \{+\} : \{+\} &= \{-\} & \{-\} : \{+\} &= \{+\} \\ \{+\} : \{-\} &= \{-\} & \{-\} : \{-\} &= \{+\}; \end{aligned} \quad (4.18)$$

Для примера запишем ранжир (4.6) для четырех типов  $\lambda_{m,n}$ -вакуумов (4.11) – (4.18)

$$\begin{array}{cccc} \{+\ +\ +\ +\} & \{+\ +\ +\ +\} & \{+\ +\ +\ +\} & \{+\ +\ +\ +\} \\ \underline{\{+\ +\ +\ -\}} & \underline{\{+\ +\ +\ -\}} & \underline{\{+\ +\ +\ -\}} & \underline{\{+\ +\ +\ -\}} \\ (+\ +\ +\ -)_{\text{I}\times} & (+\ +\ +\ +)_{\text{H}\times} & (-\ -\ -\ +)_{\text{V}\times} & (-\ -\ -\ -)_{\text{H}\times} \end{array} \quad (4.19)$$

Сумма знаков в знаменателях этих ранжиров равна нулю

$$(+\ +\ +\ -) + (+\ +\ +\ +) + (-\ -\ -\ +) + (-\ -\ -\ -) = 0, \quad (4.19a)$$

или нулевой сигнатуре

$$(+\ +\ +\ -) + (+\ +\ +\ +) + (-\ -\ -\ +) + (-\ -\ -\ -) = (0\ 0\ 0\ 0) \quad (4.19b)$$

В данной работе будет использоваться только правило ранжирного умножения знаков (4.11) для коммутативного  $\lambda_{m,n}$ -вакуума.

Однако следует учитывать, что в более последовательной теории должны присутствовать все четыре типа  $\lambda_{m,n}$ -вакуумов с правилами умно-

жения и деления (4.11) – (4.18) и четырьмя соответствующими им факториалами нуля:  $0_I! = 1$ ,  $0_H! = -1$ ,  $0_V! = 0_V^0 = i$ ,  $0_H! = -i$ . Эти  $\lambda_{m,n}$ -вакуумы являются «опорами» друг для друга и обеспечивают устойчивость и полную балансировку вакуума типа (4.19а) и/или типа (4.19б).

Набор из 16-и стигнатур (3.2):

$$\begin{array}{cccc}
 \{++++\} & \{+++-\} & \{-++-\} & \{+-+-\} \\
 \{----+\} & \{-+++ \} & \{--++ \} & \{-+-- \} \\
 \{+---+\} & \{++--\} & \{+---\} & \{+-++\} \\
 \{- - + -\} & \{+ - + -\} & \{- + - -\} & \{- - - -\}
 \end{array} \quad (4.20)$$

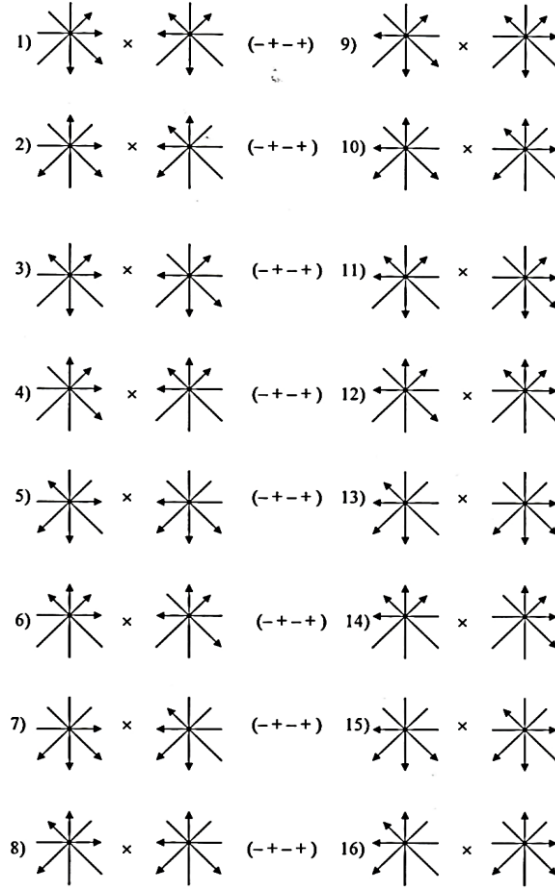
образует различные абелевы группы: по операциям ранжирного умножения и деления по правилам (4.11) – (4.18). Это свидетельствует о том, что Алгебра сигнатур содержит множество скрытых симметрий.

### 4.3 Первый этап компактификации дополнительных измерений

Одной из основных задач любой многомерной теории является определение способа компактификации (т. е. сворачивания) дополнительных математических измерений до наблюдаемых трех пространственных и одного временного измерения.

Аналогичная задача стоит и перед Алгеброй сигнатур (АС). Однако заранее отметим, что компактификация дополнительных измерений в АС приводит к нетривиальному (т.е. к неожиданному) результату.

Отметим, что, например, 16 типов скалярных произведений 4-базисов, показанных на рис. 4.2, приводят к получению шестнадцати квадратичных форм (интервалов) вида (4.8)  $ds^{(ab)2} = \mathbf{e}_i^{(a)}\mathbf{e}_j^{(b)}dx^{i(a)}dx^{j(b)}$  с одинаковой сигнатурой  $(- + - +)$ . Поэтому данные метрики можно усреднить.



**Рис. 4.2.** Шестнадцать скалярных произведений 4-базисов, приводящих к метрикам с одинаковой сигнатурой  $(-+-+)$

Таким образом, можно выделить всего  $256/16 = 16$  типов метрических 4-пространств с интервалами (т.е. метриками)

$$\begin{aligned}
 ds^{(++++)^2} &= dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 = 0 & ds^{(----)^2} &= -dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 = 0 \\
 ds^{(---+)^2} &= -dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 + dx_3^2 = 0 & ds^{(+++)^2} &= dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 = 0 \\
 ds^{(--+)^2} &= dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 + dx_3^2 = 0 & ds^{(---)^2} &= -dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 = 0 \\
 ds^{(----)^2} &= dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 = 0 & ds^{(++++)^2} &= -dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 = 0 \\
 ds^{(---+)^2} &= -dx_0^2 - dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 = 0 & ds^{(+++)^2} &= dx_0^2 + dx_1^2 - dx_2^2 + dx_3^2 = 0 \\
 ds^{(--+)^2} &= -dx_0^2 + dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 = 0 & ds^{(---)^2} &= dx_0^2 - dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 = 0 \\
 ds^{(---+)^2} &= dx_0^2 - dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 = 0 & ds^{(+++)^2} &= -dx_0^2 + dx_1^2 - dx_2^2 + dx_3^2 = 0 \\
 ds^{(--+)^2} &= dx_0^2 + dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 = 0 & ds^{(----)^2} &= -dx_0^2 - dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 = 0
 \end{aligned}
 \tag{4.21}$$

с соответствующими сигнатурами

$$\begin{array}{cccc}
(++++) & (+++-) & (-++-) & (+-++) \\
(----) & (-+++ ) & (--++) & (-+-+) \\
(+---) & (++)- & (+----) & (+--+ ) \\
(--+-) & (+--+ ) & (-+---) & (----)
\end{array} \quad (4.22)$$

В результате такого усреднения метрических 4-пространств с 16-ю типами сигнатур на первом этапе компактификации остается всего  $16 \times 4 = 64$  математических измерений.

#### 4.4 Связь между сигнатурой и топологией 4-пространства

По классификации Феликса Клейна [2] метрические пространства с интервалами (4.21) могут быть разделены на три топологических класса:

**1-й класс:** 4-пространства, сигнатуры которых состоят из четырех одинаковых знаков [2]:

$$\begin{array}{ll}
x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0 & (+ + + +) \\
-x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0 & (- - - -)
\end{array} \quad (4.23)$$

– это так называемые нулевые метрические 4-пространства. У этих «пространств» имеется только одна действительная точка, находящаяся в начале светового конуса. Все остальные точки этих протяженностей являются мнимыми. По сути, первое из выражений (4.23) описывает не «протяженность», а единственную точку (или «белую» точку), а второе – единственную анти-точку (или «черную» точку).

**2-й класс:** 4-пространства, сигнатуры которых состоят из двух положительных и двух отрицательных знаков [2]:

$$\begin{array}{ll}
x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0 & (+ - - +) \\
x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0 & (+ + - -) \\
x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0 & (+ - + -) \\
-x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0 & (- + + -) \\
-x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0 & (- - + +) \\
-x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0 & (- + - +)
\end{array} \quad (4.24)$$

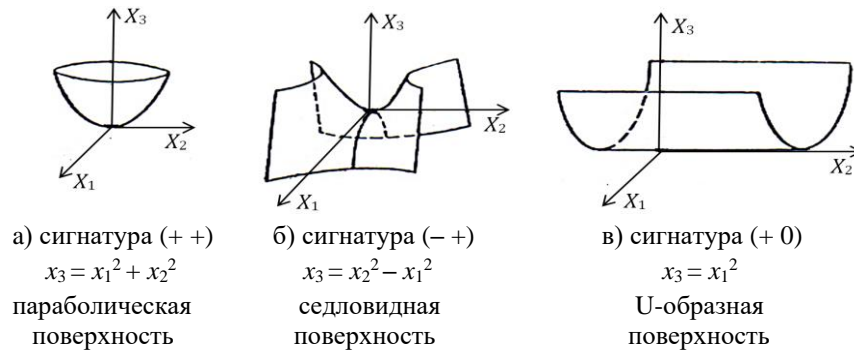
– это различные варианты 4-мерных торов.

**3-й класс:** 4-пространства, сигнатуры которых состоят из трех одинаковых знаков и одного противоположного [2]:

$$\begin{aligned}
 -x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 &= 0 & (- - - +) & \quad (4.25) \\
 -x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 &= 0 & (- - + -) & \\
 -x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 &= 0 & (- + - -) & \\
 x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 &= 0 & (+ - - -) & \\
 x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 &= 0 & (+ + + -) & \\
 x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 &= 0 & (+ + - +) & \\
 x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 &= 0 & (+ - + +) & \\
 -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 &= 0 & (- + + +) &
 \end{aligned}$$

– это овалыные 4-поверхности: эллипсоиды, эллиптические параболоиды, двуполостные гиперboloиды.

Упрощенная иллюстрация связи сигнатуры 2-мерного пространства с его топологией показана на рис. 4.3. Из этого рисунка видно, что сигнатура квадратичной формы однозначно связана с топологией 2-мерной протяженности. Но не наоборот, топология протяженности значительно более емкое понятие, чем сигнатура ее метрики.



**Рис. 4.3.** Иллюстрация связи сигнатуры 2-мерного пространства с его топологией [12]

Шестнадцать типов сигнатур (4.22), соответствующих 16-и типам топологий метрических пространств, образуют матрицу



$$\text{sign}(ds^{(ab)}) = \begin{pmatrix} (++++)^{00} & (+++-)^{10} & (-++-)^{20} & (++-+)^{30} \\ (----)^{01} & (-+++)^{11} & (---+)^{21} & (-+-+)^{31} \\ (+--+)^{02} & (++--)^{12} & (+---)^{22} & (+-++)^{32} \\ (---+)^{03} & (+--+)^{13} & (-+--)^{23} & (----)^{33} \end{pmatrix}, \quad (4.26)$$

Свойства матрицы сигнатур (4.26) отчасти совпадают со свойствами матрицы стигнатур (3.2).

### Шахматная аналогия

«Шахматная аналогия» – это изумительное сходство элементов Алгебры сигнатур (АС) с миром шахмат и философией Индуизма.

Перечислим данные сходства:

– у шахматной доски  $8 \times 8 = 64$  клетки: из них 32 черные и 32 белые (рис. ША1).

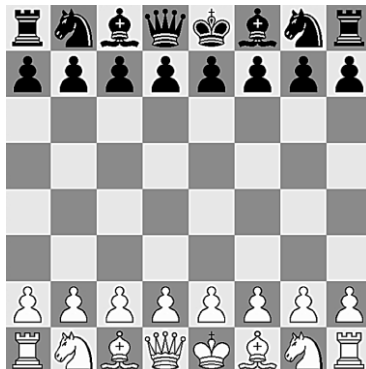


Рис. ША 1 Шахматная доска состоит из 32 белых и 32 черных клеток. В начале партии на доске находится 16 белых фигур и 16 черных фигур

Так же в матрице сигнатур (4.26) имеется 64 знака, из них 32 плюса «+» и 32 минуса «-»:

$$\begin{pmatrix} II & HI & VI & H'I \\ IH & HH & VH & H'H \\ IV & HV & VV & H'V \\ IH' & HH' & VH' & H'H' \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} (++++) & (+++-) & (-++-) & (++-+) \\ (----) & (-+++)^{11} & (---+)^{21} & (-+-+)^{31} \\ (+--+)^{02} & (++--)^{12} & (+---)^{22} & (+-++)^{32} \\ (---+)^{03} & (+--+)^{13} & (-+--)^{23} & (----)^{33} \end{pmatrix}$$

– в начале партии на шахматной доске присутствует 32 шахматные фигуры: 16 белых и 16 черных (рис. ША 1). Так же в рамках Алгебры сигнатур в каждой точке  $\lambda_{m,n}$ -вакуума имеется шестнадцать 4-базисов, которые состоят из вращающихся векторов электрического поля (рис. 2.8), т.е. «фигур света» и шестнадцать 4-базисов, связанных с углами кубической ячейки 3D-ландшафта (рис. 2.7), т.е. «фигур тьмы»;

– сигнатуры (топологии) 16-и типов метрических пространств (4.21) удивительно схожи с характеристиками шахматных фигур (рис. ША2):

- ❖ двум нулевым топологиям (4.23) соответствуют «король» и «ферзь»;
- ❖ шести тороидальным топологиям (4.24) соответствуют три пары шахматных фигур: 2 «офицера», 2 «коня» и 2-е «ладьи»;
- ❖ восьми овальным топологиям (4.25) соответствуют восемь «пешек».

(+ - + +)	(- - - +)	(+ + - +)	(+ - - -)	(+ + + -)	(- + + +)	(- - + -)	(- + - -)
пешка	пешка	пешка	пешка	пешка	пешка	пешка	пешка
	(+ - + -)	(- + + -)	(+ + + +)	(- - - -)	(+ - - +)	(- + - +)	(+ + - -)
ладья	конь	слон	ферзь	король	слон	конь	ладья

**Рис. ША 2** Сопоставление сигнатур (топологий) метрических пространств с шахматными фигурами

#### 4.5 Второй этап компактификации дополнительных измерений. «Условие вакуумного баланса»

На втором этапе компактификации дополнительных измерений определим аддитивную суперпозицию всех 16 метрик (4.21)

$$\begin{aligned}
 ds_{\Sigma}^2 = & ds^{(+ - - -)^2} + ds^{(+ + + +)^2} + ds^{(- - - +)^2} + ds^{(+ - - +)^2} + \\
 & + ds^{(- - + -)^2} + ds^{(+ + - -)^2} + ds^{(- + - -)^2} + ds^{(+ - + -)^2} + \\
 & + ds^{(- + + +)^2} + ds^{(- - - -)^2} + ds^{(+ + + -)^2} + ds^{(- + + -)^2} + \\
 & + ds^{(+ + - +)^2} + ds^{(- - + +)^2} + ds^{(+ - + +)^2} + ds^{(- + - +)^2} = 0.
 \end{aligned}$$

Действительно, складывая метрики (4.21), получим (4.27)

$$\begin{aligned}
 ds_{\Sigma}^2 = & (dx_0dx_0 - dx_1dx_1 - dx_2dx_2 - dx_3dx_3) + (dx_0dx_0 + dx_1dx_1 + dx_2dx_2 + dx_3dx_3) + \\
 & + (-dx_0dx_0 - dx_1dx_1 + dx_2dx_2 - dx_3dx_3) + (dx_0dx_0 - dx_1dx_1 - dx_2dx_2 + dx_3dx_3) + \\
 & + (-dx_0dx_0 - dx_1dx_1 + dx_2dx_2 - dx_3dx_3) + (dx_0dx_0 + dx_1dx_1 - dx_2dx_2 - dx_3dx_3) + \\
 & + (-dx_0dx_0 + dx_1dx_1 - dx_2dx_2 - dx_3dx_3) + (dx_0dx_0 - dx_1dx_1 + dx_2dx_2 - dx_3dx_3) + \\
 & + (-dx_0dx_0 + dx_1dx_1 + dx_2dx_2 + dx_3dx_3) + (-dx_0dx_0 - dx_1dx_1 - dx_2dx_2 - dx_3dx_3) + \\
 & + (dx_0dx_0 + dx_1dx_1 + dx_2dx_2 - dx_3dx_3) + (-dx_0dx_0 + dx_1dx_1 + dx_2dx_2 - dx_3dx_3) + \\
 & + (dx_0dx_0 + dx_1dx_1 - dx_2dx_2 + dx_3dx_3) + (-dx_0dx_0 - dx_1dx_1 + dx_2dx_2 + dx_3dx_3) + \\
 & + (dx_0dx_0 - dx_1dx_1 + dx_2dx_2 + dx_3dx_3) + (-dx_0dx_0 + dx_1dx_1 - dx_2dx_2 + dx_3dx_3) = 0.
 \end{aligned}$$

Вместо суммирования однородных слагаемых в выражении (4.27) можно суммировать только знаки, стоящие перед этими слагаемыми. Поэтому выражение (4.21) можно представить в ранжирном виде:

(4.28)

$$\begin{aligned}
 0 = & \underline{(0 \ 0 \ 0 \ 0)} & + & \underline{(0 \ 0 \ 0 \ 0)} & = & 0 \\
 0 = & (+ \ + \ + \ +) & + & (- \ - \ - \ -) & = & 0 \\
 0 = & (- \ - \ - \ +) & + & (+ \ + \ + \ -) & = & 0 \\
 0 = & (+ \ - \ - \ +) & + & (- \ + \ + \ -) & = & 0 \\
 0 = & (- \ - \ + \ -) & + & (+ \ + \ - \ +) & = & 0 \\
 0 = & (+ \ + \ - \ -) & + & (- \ - \ + \ +) & = & 0 \\
 0 = & (- \ + \ - \ -) & + & (+ \ - \ + \ +) & = & 0 \\
 0 = & (+ \ - \ + \ -) & + & (- \ + \ - \ +) & = & 0 \\
 0 = & \underline{(- \ + \ + \ +)} & + & \underline{(+ \ - \ - \ -)} & = & 0 \\
 0 = & (0 \ 0 \ 0 \ 0)_+ & + & (0 \ 0 \ 0 \ 0)_+ & = & 0
 \end{aligned}$$

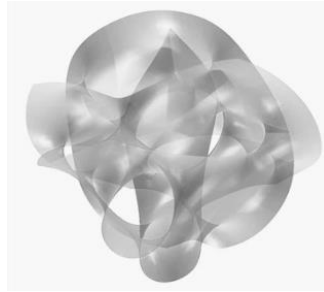
где суммирование (или вычитание) знаков производится по правилам:

$$\begin{aligned}
 (+) + (+) = 2(+), \quad (-) + (+) = (0), \quad (+) - (+) = (0), \quad (-) - (+) = 2(-) \\
 (+) + (-) = (0), \quad (-) + (-) = 2(-), \quad (+) - (-) = 2(+), \quad (-) - (-) = (0).
 \end{aligned} \quad (4.29)$$

Сумма знаков, как по столбцам ранжиров (4.28), так и по их строкам между ранжирами, равна нулю. Поэтому данное ранжирное тождество будем называть «расщеплением метрического нуля».

Аддитивное наложение 16-и метрических 4-пространств с интервалами (4.21) и с соответствующими им сигнатурами (т.е. топологиями) (4.22) в каждой точке  $\lambda_{m,n}$ -вакуума приводит к формированию нулевого Риччи-

плоского пространства. Это пространство во многом схоже с 6-мерным многообразием Калаби-Яу (рис. 4.4),



**Рис. 4.4.** Одна из реализаций двухмерной проекции трехмерной визуализации локального участка 10-мерного многообразия Калаби-Яу [10]

Второй этап компактификации дополнительных (математических) измерений привел к полному их сокращению. Вместе с тем ранжирное выражение (4.28) является математической формулировкой «условия  $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса».

**Определение № 4.5.1** «Условие  $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса» – это утверждение о том, что любые проявления в  $\lambda_{m,n}$ -вакууме должны носить взаимно противоположный характер: волна – антиволна, выпуклость – вогнутость, движение – антивдвижение, сжатие – растяжение и т.д., так чтобы в среднем они равнялись нулю. Локальные  $\lambda_{m,n}$ -вакуумные проявления и антипроявления могут быть сдвинуты и повернуты относительно друг друга, но, в среднем, по всей  $\lambda_{m,n}$ -вакуумной области они полностью компенсируют проявления друг друга, восстанавливая « $\lambda_{m,n}$ -вакуумный баланс».

#### 4.6 Операции с метрическими ранжирами

Ранжирное выражение (4.28) позволяет проделывать в окрестности исследуемой точки  $O$  (рис. 2.5) некоторые операции без нарушения «условия  $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса». К таким операциям относится, например, симметричный перенос первых столбцов на другую сторону равенства с инвертированием знаков:

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(+ \ + \ +)} + \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(- \ - \ -)} = 0 \\
- &= \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(- \ - \ +)} + \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(+ \ + \ -)} = - \\
+ &= \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(- \ - \ +)} + \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(+ \ + \ -)} = + \\
- &= \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(- \ + \ -)} + \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(+ \ - \ +)} = - \\
+ &= \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(+ \ - \ -)} + \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(- \ + \ +)} = + \\
+ &= \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(+ \ - \ -)} + \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(- \ + \ +)} = - \\
- &= \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(- \ + \ -)} + \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(+ \ - \ +)} = + \\
+ &= \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(+ \ + \ +)} + \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(- \ - \ -)} = - \\
0 &= \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(0 \ 0 \ 0)_+} + \frac{(0 \ 0 \ 0)}{(0 \ 0 \ 0)_+} = 0
\end{aligned}$$

(4.30)

или перенос любой из строк из числителей ранжиров (4.28) в их знаменатели, так же с инвертированием знаков, например:

(4.31)

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(+ \ + \ + \ +)} + \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(- \ - \ - \ -)} = 0 \\
0 &= \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(- \ - \ - \ +)} + \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(+ \ + \ + \ -)} = 0 \\
0 &= \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(+ \ - \ - \ +)} + \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(- \ + \ + \ -)} = 0 \\
0 &= \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(+ \ + \ - \ -)} + \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(- \ - \ + \ +)} = 0 \\
0 &= \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(- \ + \ - \ -)} + \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(+ \ - \ + \ +)} = 0 \\
0 &= \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(+ \ - \ + \ -)} + \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(- \ + \ - \ +)} = 0 \\
0 &= \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(- \ + \ + \ +)} + \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(+ \ - \ - \ -)} = 0 \\
0 &= \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(+ \ + \ - \ +)_+} + \frac{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}{(- \ - \ + \ -)_+} = 0
\end{aligned}$$

Подобные ранжирные операции соответствуют определенным симметричным вакуумным проявлениям, которые будут рассмотрены ниже и исследуются в [14, 15].

#### 4.7 Двусторонний $\lambda_{m,n}$ -вакуум

Как было показано в предыдущем параграфе  $\lambda_{m,n}$ -вакуумный баланс не нарушается, если у ранжиров (4.28) перенести по одной строчке знаков (т.е. сигнатуре) из числителя в знаменатель с изменением знаков на противоположные по правилам арифметики.

Например, перенесем сигнатуры  $(- + + +)$  и  $(+ - - -)$  из числителей ранжиров (4.28) в их знаменатели (4.32)

$$\begin{array}{rclcl}
 (+ + + +) & + & (- - - -) & = & 0 \\
 (- - - +) & + & (+ + + -) & = & 0 \\
 (+ - - +) & + & (- + + -) & = & 0 \\
 (- - + -) & + & (+ + - +) & = & 0 \\
 (+ + - -) & + & (- - + +) & = & 0 \\
 (- + - -) & + & (+ - + +) & = & 0 \\
 \underline{(+ - + -)} & + & \underline{(- + - +)} & = & 0 \\
 (+ - - -)_+ & + & (- + + +)_+ & = & 0 .
 \end{array}$$

В этом случае в знаменателе левого ранжира (4.32) получилась сигнатура 4-пространства Минковского  $(+ - - -)$ , а в знаменателе правого ранжира (4.31) получилась сигнатура 4-антипространства Минковского  $(- + + +)$ .

Ранжирное выражение (4.32) эквивалентно тому, что сложение (т.е. аддитивное наложение) 7-и метрических пространств с сигнатурами (топологиями), указанными в числителе левого ранжира (4.32), образуют метрическое 4-пространство Минковского с интервалом

$$ds^{(+---)^2} = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2, \quad (4.33)$$

где

$$\begin{aligned}
 ds^{(+---)^2} = & ds^{(++++)^2} + ds^{(---+)^2} + ds^{(+--+)^2} + ds^{(-+-)^2} + \\
 & + ds^{(+-+-)^2} + ds^{(-+--)^2} + ds^{(+--+)^2},
 \end{aligned} \quad (4.34)$$

данное 4-пространство будем условно называть *внешней стороной*  $\lambda_{m,n}$  - вакуума (или *субконтом* – сокращение от условного названия «субстанциональный континуум»).

При этом аддитивное наложение 7-и метрических пространств с сигнатурами, указанными в числителе правого ранжира (4.32), образуют метрическое 4-антипространство Минковского с интервалом

$$ds^{(-+++)^2} = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = -dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2, \quad (4.35)$$

где

$$\begin{aligned}
ds^{(-+++)^2} &= ds^{(----)^2} + ds^{(+++)^2} + ds^{(-++-)^2} + ds^{(+++-)^2} + \\
&+ ds^{(-++-)^2} + ds^{(+--+)^2} + ds^{(-+-+)^2}.
\end{aligned} \tag{4.36}$$

Данное 4-пространство будем условно называть *внутренней стороной*  $\lambda_{m,n}$ -вакуума (или *антисубконтом* – сокращение от условного названия «антисубстанциональный континуум»).

**Определение №4.7.1** *Понятия субконт и антисубконт – это ментальные конструкции, которые предназначены только для того, чтобы создать иллюзию «видимости» двух смежных взаимно-противоположных сторон одного  $\lambda_{m,n}$ -вакуума. Эти понятия вводятся только для того, чтобы облегчить визуализацию внутри-вакуумных процессов, но никакого отношения к реальности они не имеют. Однако оперируя этими ментальными понятиями можно инспирировать реальные вакуумные эффекты.*

В развернутом виде ранжиры (4.32) имеют следующий вид

$$\begin{aligned}
ds^{(++++)^2} &= dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 & ds^{(----)^2} &= -dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 \\
ds^{(---)^2} &= -dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 + dx_3^2 & ds^{(+++)^2} &= dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 \\
ds^{(+--+)^2} &= dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 + dx_3^2 & ds^{(-++-)^2} &= -dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 \\
ds^{(-+-)^2} &= -dx_0^2 - dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 & ds^{(++-)^2} &= dx_0^2 + dx_1^2 - dx_2^2 + dx_3^2 \\
ds^{(-+-)^2} &= -dx_0^2 + dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 & ds^{(+--+)^2} &= dx_0^2 - dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 \\
ds^{(+--+)^2} &= dx_0^2 - dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 & ds^{(-+-)^2} &= -dx_0^2 + dx_1^2 - dx_2^2 + dx_3^2 \\
ds^{(++-)^2} &= dx_0^2 + dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 & ds^{(---)^2} &= -dx_0^2 - dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 \\
ds^{(+--+)^2} &= dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 & ds^{(-+++)^2} &= -dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2
\end{aligned} \tag{4.37}$$

Операция, описываемая ранжирным выражением (4.32), позволяет «выявить» двухсторонний  $\lambda_{m,n}$ -вакуум с числом математических измерений  $4 + 4 = 8 = 2^3$ . Такое двухсторонне 8-мерное пространство предлагаем называть  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумом при условии сохранения  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса

$$ds^{(+---)^2} + ds^{(-+++)^2} = 0, \tag{4.38}$$

с ранжирным эквивалентом

$$(+-+-) + (-+++)= (0\ 0\ 0\ 0) \tag{4.39}$$

или в транспонированном виде

$$\begin{array}{c} (+ - - -) \\ \underline{(- + + +)} \\ (0 0 0 0)_+ \end{array} \quad (4.40)$$

В этой терминологии ранжирное выражение (4.28) эквивалентно условию вакуумного баланса  $2^6$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуума с 16-ю 4-мерными сторонами (или гранями), поскольку число математических измерений такой 16-гранной протяженности  $4 \times 16 = 64 = 2^6$ .

*Философское осмысление ранжирного выражения (4.32) может привести к корням религиозных традиций, где число 7 имеет сакральное значение, а две стороны  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуума соответствует единству и противоположности Мужского и Женского Начал.*

С точки зрения технического восприятия реальности Алгебра сигнатур привела к необходимости рассматривать окружающее нас пространство как 16-гранную протяженность. При этом в ряде задач число граней такой протяженности можно понизить до двух, а в ряде других задач повысить до бесконечности (смотрите § 4.9).

Напомним, что в общей теории относительности (ОТО) А. Эйнштейна имеет место только одно метрическое 4-пространство с сигнатурой, например,  $(+ - - -)$ . Тогда как в развиваемой здесь свето-геометрии вакуума у любого  $\lambda_{m,n}$ -вакуума может быть минимум две стороны (т.е. взаимно противоположные метрические 4-пространства): *внешняя сторона (субконт)* и *внутренняя сторона (антисубконт)*, с соответствующими взаимно противоположными сигнатурами  $(+ - - -)$  и  $(- + + +)$ .

#### 4.8 Бинарные триады

Необходимо отметить, что не только ранжирное выражение (4.32) приводит к антиподной диаде: «4-пространство – 4-антипространство» Минковского с сигнатурами  $(+ - - -)$  и  $(- + + +)$ .



К данной диаде приводят ранжирные выражения:

$$\begin{aligned}
 (- - - +) + (+ + + -) &= 0 \\
 (+ - + -) + (- + - +) &= 0 \\
 \underline{(+ + - -)} + \underline{(- - + +)} &= 0 \\
 (+ - - -)_+ + (- + + +)_+ &= 0
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

$$\begin{aligned}
 (- - + -) + (+ + - +) &= 0 \\
 (+ + - -) + (- - + +) &= 0 \\
 \underline{(+ - - +)} + \underline{(- + + -)} &= 0 \\
 (+ - - -)_+ + (- + + +)_+ &= 0
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

$$\begin{aligned}
 (- - + -) + (+ + - +) &= 0 \\
 (+ + - -) + (- - + +) &= 0 \\
 \underline{(+ - - +)} + \underline{(- + + -)} &= 0 \\
 (+ - - -)_+ + (- + + +)_+ &= 0
 \end{aligned} \tag{4.43}$$

Эти ранжирные выражения (которые назовём *бинарными триадами*) также удовлетворяют условию  $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса и играют большую роль в вакуумной хромодинамике, развитой в [14,15].

#### 4.9 Поперечное расслоение $\lambda_{m,n}$ -вакуума

Подобно ранжирному выражению (4.31) любая пара метрических 4 - протяженностей с взаимно противоположными сигнатурами может быть представлена в виде суммы семи метрических протяженностей с другими сигнатурами.

Например, сопряженная пара интервалов  $ds^{(-+++)^2}$  и  $ds^{(+-+-)^2}$  с взаимно противоположными сигнатурами  $(-+++)$  и  $(+-+-)$  может быть выражена посредством суперпозиции (т.е. аддитивного наложения) семи метрических 4-пространств с сигнатурами

$$\begin{array}{rcl}
-(+ + + +) & + & (- - - -) = 0 \\
(- - - +) & + & (+ + + -) = 0 \\
(- - + -) & + & (+ + - +) = 0 \\
(+ + - -) & + & (- - + +) = 0 \\
(- + - -) & + & (+ - + +) = 0 \\
(+ - + -) & + & (- + - +) = 0 \\
\underline{(- + + +)} & + & \underline{(+ - - -)} = 0 \\
(- + + -)_+ & + & (+ - - +)_+ = 0
\end{array} \quad (4.44)$$

Аналогично, из 256 метрик с сигнатурами (4.9) можно выделить 128 сопряженных пар метрик, каждая из которых может быть выражена через суперпозицию  $7 + 7 = 14$ -и метрических 4-пространств. В результате математических измерений оказывается уже  $128 \times 14 \times 4 = 3584$ .

В свою очередь, сопряженные пары 4-подпространств могут быть точно так же разложены еще на суммы  $7 + 7 = 14$  под-подпространств, и так может продолжаться до бесконечности.

Получается сбалансированная относительно «расщепленного нуля» вакуумная свето-геометрия, в которой «вакуум» сначала представляется в виде бесконечного количества вложенных друг в друга  $\lambda_{m,n}$ -вакуумов (смотрите § 2.1). Такое представление названо продольным расслоением «вакуума» (Определение № 2.1.5)

Затем каждый  $\lambda_{m,n}$ -вакуум расщепляется на бесконечное количество метрических 4-подпространств с 16-ю типами сигнатур. Вместе с тем, поскольку все продольные слои (т.е.  $\lambda_{m,n}$ -вакуумы) расщепляются одинаково, то весь «вакуум» расщепляется на 4-подпространства с 16-ю типами сигнатур. Такое глобальное расщепление будем называть *поперечным расслоением* «вакуума».

**Определение 4.9.1** *Поперечное расслоение «вакуума» - это его представление в виде глобального аддитивного наложения бесконечного количества метрических 4-подпространств с 16-ю типами сигнатур (топологий).*



## 5 СПИНОРНАЯ СВЕТО-ГЕОМЕТРИЯ

### 5.1 Спинтензорное представление метрик с различными сигнатурами

Вернемся к рассмотрению интервала

$$ds^{(+---)^2} = dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 \text{ с сигнатурой } (+---). \quad (5.1)$$

Для краткости опустим в данном выражении знаки дифференциалов и запишем квадратичную форму (5.1) в виде

$$s^2 = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2. \quad (5.2)$$

Как известно, квадратичная форма (5.2) является детерминантом эрмитовой  $2 \times 2$  - матрицы

$$\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 - x_3 \end{pmatrix}_{\det} = \begin{vmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 - x_3 \end{vmatrix} = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0, \text{ sign}(+---). \quad (5.3)$$

В том, что данная матрица является эрмитовой, легко убедиться прямым вычислением

$$\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 - x_3 \end{pmatrix}^+ = \begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 - x_3 \end{pmatrix}. \quad (5.4)$$

В теории спиноров матрицы вида (5.4) называют смешанными эрмитовыми спинтензорами второго ранга [9].

Представим  $2 \times 2$ -матрицу (5.4) в развернутом виде

$$A_4 = \begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 - x_3 \end{pmatrix} = x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_2 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} - x_3 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5.5)$$

где

$$\sigma_0^{(+---)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \sigma_1^{(+---)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2^{(+---)} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3^{(+---)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

– набор матриц Паули.

В теории спиноров  $A_4$ -матрицам вида (5.5) ставятся в однозначное соответствие кватернионы типа

$$q = x_0 + \vec{e}_1 x_1 + \vec{e}_2 x_2 + \vec{e}_3 x_3, \quad (5.6)$$

при изоморфизме

$$\bar{e}_1 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{e}_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{e}_3 \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.7)$$

Аналогично, каждая квадратичная форма с соответствующей сигнатурой:

$$\begin{aligned} s^{(++++)2} &= x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 & s^{(----)2} &= -x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 \\ s^{(---+)2} &= -x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 & s^{(+++ -)2} &= x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 \\ s^{(+--+)2} &= x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 & s^{(-++-)2} &= -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 \\ s^{(+-+-)2} &= x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 & s^{(-+++ )2} &= -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \\ s^{(---)2} &= -x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 & s^{(+++ )2} &= x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 \\ s^{(+-)2} &= -x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 & s^{(+ - +)2} &= x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \\ s^{(+ - -)2} &= x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 & s^{(- + -)2} &= -x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 \\ s^{(+ - -)2} &= x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 & s^{(- - +)2} &= -x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \end{aligned}$$

может быть представлена в виде спинтензора или  $A_4$ -матрицы, которые показаны в табл. 5.1:

Таблица 5.1

1	$\begin{pmatrix} x_0 + ix_3 & ix_1 + x_2 \\ ix_1 - x_2 & x_0 - ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(++++)$ $\begin{pmatrix} x_0 + ix_3 & ix_1 + x_2 \\ ix_1 - x_2 & x_0 - ix_3 \end{pmatrix} = x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$ $zde$ $\sigma_0^{(++++)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \sigma_1^{(++++)} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2^{(++++)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3^{(++++)} = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$
2	$\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & ix_1 + x_2 \\ ix_1 - x_2 & x_0 - x_3 \end{pmatrix}_{\det} = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(+++ -)$ $\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & ix_1 + x_2 \\ ix_1 - x_2 & x_0 - x_3 \end{pmatrix} = x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_3 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ $zde$ $\sigma_0^{(+++ -)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \sigma_1^{(+++ -)} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2^{(+++ -)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3^{(+++ -)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

3	$\begin{pmatrix} x_0 + ix_3 & ix_1 + x_2 \\ ix_1 - x_2 & -x_0 + ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(-++-)$ $\begin{pmatrix} x_0 + ix_3 & ix_1 + x_2 \\ ix_1 - x_2 & -x_0 + ix_3 \end{pmatrix} = -x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_3 \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$ $z\partial e$ $\sigma_0^{(-++-)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \sigma_1^{(-++-)} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2^{(-++-)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3^{(-++-)} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$
4	$\begin{pmatrix} x_0 + ix_3 & x_1 + x_2 \\ -x_1 + x_2 & x_0 - ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(++-+)$ $\begin{pmatrix} x_0 + ix_3 & x_1 + x_2 \\ -x_1 + x_2 & x_0 - ix_3 \end{pmatrix} = x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$ $z\partial e$ $\sigma_0^{(++-+)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \sigma_1^{(++-+)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2^{(++-+)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3^{(++-+)} = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$
5	$\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & ix_1 + x_2 \\ -ix_1 + x_2 & -x_0 + x_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(----)$ $\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & ix_1 + x_2 \\ -ix_1 + x_2 & -x_0 + x_3 \end{pmatrix} = -x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} - x_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ $z\partial e$ $\sigma_0^{(----)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \sigma_1^{(----)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2^{(----)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3^{(----)} = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$
6	$\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & ix_1 + x_2 \\ ix_1 - x_2 & -x_0 + x_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(-+++)$ $\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & ix_1 + x_2 \\ ix_1 - x_2 & -x_0 + x_3 \end{pmatrix} = -x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ $z\partial e$ $\sigma_0^{(-+++)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \sigma_1^{(-+++)} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2^{(-+++)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3^{(-+++)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

7	$\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 & -x_0 + x_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(- - + +)$ $\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 & -x_0 + x_3 \end{pmatrix} = -x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ $\text{zde}$ $\sigma_0^{(- - + +)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \sigma_1^{(- - + +)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2^{(- - + +)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3^{(- - + +)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$
8	$\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & -x_1 + x_2 \\ x_1 + x_2 & -x_0 + x_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(- + - +)$ $\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & -x_1 + x_2 \\ x_1 + x_2 & -x_0 + x_3 \end{pmatrix} = -x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - x_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ $\text{zde}$ $\sigma_0^{(- + - +)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1^{(- + - +)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2^{(- + - +)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3^{(- + - +)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$
9	$\begin{pmatrix} x_0 - ix_3 & x_1 - ix_2 \\ x_1 + ix_2 & x_0 + ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(+ - - +)$ $\begin{pmatrix} x_0 - ix_3 & x_1 - ix_2 \\ x_1 + ix_2 & x_0 + ix_3 \end{pmatrix} = x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_2 \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix};$ $\text{zde}$ $\sigma_0^{(+ - - +)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1^{(+ - - +)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2^{(+ - - +)} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3^{(+ - - +)} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}.$
10	$\begin{pmatrix} x_0 - x_3 & x_1 + x_2 \\ -x_1 + x_2 & x_0 + x_3 \end{pmatrix}_{\det} = x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(+ + - -)$ $\begin{pmatrix} x_0 - x_3 & x_1 + x_2 \\ -x_1 + x_2 & x_0 + x_3 \end{pmatrix} = x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$ $\text{zde}$ $\sigma_0^{(+ + - -)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1^{(+ + - -)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2^{(+ + - -)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3^{(+ + - -)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$

11	$\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 - x_3 \end{pmatrix}_{\det} = \begin{vmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 - x_3 \end{vmatrix} = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(+----)$ $\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 - x_3 \end{pmatrix} = x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_2 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} - x_3 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ $\text{zde}$ $\sigma_0^{(+----)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1^{(+----)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2^{(+----)} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3^{(+----)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$
12	$\begin{pmatrix} x_0 + ix_3 & x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 & x_0 - ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(+--+)$ $\begin{pmatrix} x_0 + ix_3 & x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 & x_0 - ix_3 \end{pmatrix} = x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$ $\text{zde}$ $\sigma_0^{(+--+)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1^{(+--+)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2^{(+--+)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3^{(+--+)} = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$
13	$\begin{pmatrix} -x_0 + ix_3 & x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 & x_0 + ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(-++-)$ $\begin{pmatrix} -x_0 + ix_3 & x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 & x_0 + ix_3 \end{pmatrix} = -x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_3 \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$ $\text{zde}$ $\sigma_0^{(-++-)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1^{(-++-)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2^{(-++-)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3^{(-++-)} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$
14	$\begin{pmatrix} x_0 - x_3 & x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 & x_0 + x_3 \end{pmatrix}_{\det} = x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(+--+)$ $\begin{pmatrix} x_0 - x_3 & x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 & x_0 + x_3 \end{pmatrix} = x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$ $\text{zde}$ $\sigma_0^{(+--+)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1^{(+--+)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2^{(+--+)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3^{(+--+)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$



15	$\begin{pmatrix} -x_0 + ix_3 & x_1 + x_2 \\ -x_1 + x_2 & x_0 + ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(-+--)$ $\begin{pmatrix} -x_0 + ix_3 & x_1 + x_2 \\ -x_1 + x_2 & x_0 + ix_3 \end{pmatrix} = -x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_3 \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$ $\text{зде}$ $\sigma_0^{(-+--)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1^{(-+--)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2^{(-+--)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3^{(-+--)} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$
16	$\begin{pmatrix} -x_0 + ix_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 + ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0; \quad \text{sign}(----)$ $\begin{pmatrix} -x_0 + ix_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 + ix_3 \end{pmatrix} = -x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_2 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} - x_3 \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$ $\text{зде}$ $\sigma_0^{(----)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1^{(----)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2^{(----)} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3^{(----)} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$

Каждой  $A_4$ -матрице из табл. 5.1 ставится в соответствие «цветной» кватернион с соответствующей стигнатурой (3.20), где в качестве мнимых единиц используются объекты

$$\begin{aligned} \bar{e}_1 \rightarrow \sigma_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \bar{e}_2 \rightarrow \sigma_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & \bar{e}_3 \rightarrow \sigma_3 &= \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} & \bar{e}_4 \rightarrow \sigma_4 &= \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} \\ \bar{e}_5 \rightarrow \sigma_5 &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \bar{e}_6 \rightarrow \sigma_6 &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & \bar{e}_7 \rightarrow \sigma_7 &= \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} & \bar{e}_8 \rightarrow \sigma_8 &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \\ \bar{e}_9 \rightarrow \sigma_9 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & \bar{e}_{10} \rightarrow \sigma_{10} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} & \bar{e}_{11} \rightarrow \sigma_{11} &= \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} & \bar{e}_{12} \rightarrow \sigma_{12} &= \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \\ \bar{e}_{13} \rightarrow \sigma_{13} &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & \bar{e}_{14} \rightarrow \sigma_{14} &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} & \bar{e}_{15} \rightarrow \sigma_{15} &= \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} & \bar{e}_{16} \rightarrow \sigma_{16} &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{5.9}$$

Где  $\sigma_{ij}$  спиновые матрицы Паули-Кэли, которые являются образующими алгебры Клиффорда, удовлетворяющими условиям

$$\sigma_i^{(\dots)}\sigma_j^{(\dots)} + \sigma_j^{(\dots)}\sigma_i^{(\dots)} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{при } i \neq j; \\ 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{при } i = j, \end{cases} \quad (5.10)$$

В табл. 5.1 приведены только частные случаи спинтензорных представлений квадратичных форм. Например, детерминанты всех тридцати пяти  $2 \times 2$ -матриц (эрмитовых спинтензоров):

(5.11)

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 - x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 - x_3 & x_1 - ix_2 \\ x_1 + ix_2 & x_0 + x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_1 - ix_2 \\ x_1 + ix_2 & x_0 - x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 - x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 + x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_1 - x_2 & -x_0 + x_3 \\ x_0 + x_3 & ix_1 + x_2 \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} x_0 + x_1 & x_3 + ix_2 \\ x_3 - ix_2 & x_0 - x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 - x_1 & x_3 - ix_2 \\ x_3 + ix_2 & x_0 + x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 + x_1 & x_3 - ix_2 \\ x_3 + ix_2 & x_0 - x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 - x_1 & x_3 + ix_2 \\ x_3 - ix_2 & x_0 + x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_2 - x_1 & -x_0 + x_3 \\ x_0 + x_3 & ix_2 + x_1 \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} x_0 + x_2 & x_1 + ix_3 \\ x_1 - ix_3 & x_0 - x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 - x_2 & x_1 - ix_3 \\ x_1 + ix_3 & x_0 + x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 + x_2 & x_1 - ix_3 \\ x_1 + ix_3 & x_0 - x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 - x_2 & x_1 + ix_3 \\ x_1 - ix_3 & x_0 + x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_1 - x_3 & -x_0 + x_2 \\ x_0 + x_2 & ix_1 + x_3 \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_2 + ix_1 \\ x_2 - ix_1 & x_0 - x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 - x_3 & x_2 - ix_1 \\ x_2 + ix_1 & x_0 + x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_2 - ix_1 \\ x_2 + ix_1 & x_0 - x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 - x_3 & x_2 + ix_1 \\ x_2 - ix_1 & x_0 + x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_3 - x_2 & -x_0 + x_1 \\ x_0 + x_1 & ix_3 + x_2 \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} x_0 + x_1 & x_2 + ix_3 \\ x_2 - ix_3 & x_0 - x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 - x_1 & x_2 - ix_3 \\ x_2 + ix_3 & x_0 + x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 + x_1 & x_2 - ix_3 \\ x_2 + ix_3 & x_0 - x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 - x_1 & x_2 + ix_3 \\ x_2 - ix_3 & x_0 + x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_2 - x_3 & -x_0 + x_1 \\ x_0 + x_1 & ix_2 + x_3 \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} x_0 + x_2 & x_3 + ix_1 \\ x_3 - ix_1 & x_0 - x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 - x_2 & x_3 - ix_1 \\ x_3 + ix_1 & x_0 + x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 + x_2 & x_3 - ix_1 \\ x_3 + ix_1 & x_0 - x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 - x_2 & x_3 + ix_1 \\ x_3 - ix_1 & x_0 + x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_3 - x_1 & -x_0 + x_2 \\ x_0 + x_2 & ix_3 + x_1 \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} ix_2 - x_1 & -x_0 + x_3 \\ x_0 + x_3 & ix_2 + x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_2 - x_1 & x_0 + x_3 \\ -x_0 + x_3 & ix_2 + x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_1 - x_3 & x_0 + x_2 \\ -x_0 + x_2 & ix_1 + x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_2 - x_3 & x_0 + x_1 \\ -x_0 + x_1 & ix_2 + x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_3 - x_1 & x_0 + x_2 \\ -x_0 + x_2 & ix_3 + x_1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

равны одной и той же квадратичной форме  $s^{(+\dots)^2} = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$ .

Так же разветвляются (вырождаются) спинтензорные представления всех 16-и квадратичных форм, приведенных в табл. 5.1.

В ряде случаев, дискретная вырожденность (т. е. скрытая многозначность) исходного идеального состояния  $\lambda_{m,n}$ -вакуума при отклонении от идеальности, может привести к расщеплению (квантованию) на дискретное множество неодинаковых состояний его поперечных слоев.

Шестнадцать типов  $A_4$ -матриц эквивалентны 16-и «цветным» кватернионам (3.20). Для наглядности все сорта «цветных»  $A_4$ -матриц сведены в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Квадратичная форма	$A_4$ -матрица	Стигнатура
$x_0^2+x_1^2+x_2^2+x_3^2$	$x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$	{++++}
$x_0^2-x_1^2-x_2^2+x_3^2$	$x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}-x_1\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}-x_2\begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$	{+---}
$x_0^2+x_1^2+x_2^2-x_3^2$	$x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	{+++ -}
$x_0^2+x_1^2-x_2^2-x_3^2$	$x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}-x_2\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	{+ + - -}
$-x_0^2+x_1^2+x_2^2-x_3^2$	$-x_0\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$	{- + + -}
$x_0^2-x_1^2-x_2^2-x_3^2$	$x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}-x_1\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}-x_2\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	{+ - - -}
$x_0^2+x_1^2-x_2^2+x_3^2$	$x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}-x_2\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$	{+ + - +}
$x_0^2-x_1^2+x_2^2+x_3^2$	$x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}-x_1\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$	{+ - + +}
$-x_0^2-x_1^2-x_2^2+x_3^2$	$-x_0\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}-x_1\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}-x_2\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	{- - - +}
$-x_0^2-x_1^2+x_2^2-x_3^2$	$-x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}-x_1\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$	{- - + -}
$-x_0^2+x_1^2+x_2^2+x_3^2$	$-x_0\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	{- + + +}
$x_0^2-x_1^2+x_2^2-x_3^2$	$x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}-x_1\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	{+ - + -}

$x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2$	$-x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	{--++}
$x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$	$-x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_3 \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$	{-+-+}
$-x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2$	$-x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - x_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	{-+-+}
$-x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$	$-x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_2 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} - x_3 \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$	{----}

Алгебра сигнатур связывает сбалансированную относительно нуля суперпозицию аффинных протяженностей с 16-ю возможными стигнатурами:

$$\begin{aligned}
ds_{\Sigma} = & (-dx_0 - dx_1 - dx_2 - dx_3) + (dx_0 + dx_1 + dx_2 + dx_3) + \\
& + (dx_0 + dx_1 + dx_2 - dx_3) + (-dx_0 - dx_1 - dx_2 + dx_3) + \\
& + (-dx_0 + dx_1 + dx_2 - dx_3) + (dx_0 - dx_1 - dx_2 + dx_3) + \\
& + (dx_0 + dx_1 - dx_2 + dx_3) + (-dx_0 - dx_1 + dx_2 - dx_3) + \\
& + (-dx_0 - dx_1 + dx_2 + dx_3) + (dx_0 + dx_1 - dx_2 - dx_3) + \\
& + (dx_0 - dx_1 + dx_2 + dx_3) + (-dx_0 + dx_1 - dx_2 - dx_3) + \\
& + (-dx_0 + dx_1 - dx_2 + dx_3) + (dx_0 - dx_1 + dx_2 - dx_3) + \\
& + (dx_0 - dx_1 - dx_2 - dx_3) + (-dx_0 + dx_1 + dx_2 + dx_3) = 0, \quad (5.12)
\end{aligned}$$

с одним из вариантов суперпозиции 16-и  $A_4$ -матриц:

$$\begin{aligned}
& x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} + \\
& + x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} + \\
& + x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \\
& + x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \\
& + x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} + \\
& + x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} + \\
& + x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} + \\
& + x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \\
& + x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} + \\
& + x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \\
& + x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \\
& + x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \\
& + x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} + \\
& + x_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \\
& + x_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},
\end{aligned}
\tag{5.13}$$

Выражение (5.13) равно нулевой  $2 \times 2$ -матрице, отвечающей условию  $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса.

Приведенный здесь стигнатурно-спинтензорный математический аппарат удобен для решения ряда задач, связанных с многослойными внутри-вакуумными вращательными процессами.

## 5.2 Использование спинтензоров с различными стигнатурами

Рассмотрим два примера с использованием спинтензоров.

**Пример 1** Пусть заданы матрица-столбец и эрмитовосопряженная ей матрица-строка

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} s_1^* & s_2^* \end{pmatrix}, \quad (5.14)$$

которые описывают состояние спинора.

Проекции спина на оси координат для случая, когда метрическое 4-пространство имеет сигнатуру  $(+ - - -)$  могут быть определены с помощью спинтензора (5.4)

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} s_1^* & s_2^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 - x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \\ & = x_0 \begin{pmatrix} s_1^* & s_2^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} - x_1 \begin{pmatrix} s_1^* & s_2^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} - \\ & - x_2 \begin{pmatrix} s_1^* & s_2^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} - x_3 \begin{pmatrix} s_1^* & s_2^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \\ & = (s_1^* s_1 + s_2^* s_2) x_0 - (-s_2^* s_1 - s_2^* s_1) x_1 - (is_2^* s_1 - is_1^* s_2) x_2 - (-s_1^* s_1 + s_2^* s_2) x_3, \end{aligned} \quad (5.15)$$

**Пример 2** Пусть прямая а обратная волны описывается выражениями

$$\tilde{E}^{(+)} = \bar{a}_+ e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} (ct-r)}, \quad (5.16)$$

$$\tilde{E}^{(-)} = \bar{a}_- e^{i \frac{2\pi}{\lambda} (ct-r)}, \quad (5.17)$$

где  $a_+$  и  $a_-$  – амплитуды прямой и обратной волны. В общем случае это комплексные числа:

$$\bar{a}_+ = a_+ e^{i\varphi_+}, \quad \bar{a}_- = a_- e^{-i\varphi_-}, \quad \bar{a}_+^* = a_+ e^{-i\varphi_+}, \quad \bar{a}_-^* = a_- e^{i\varphi_-},$$

содержащие информацию о фазах волн  $\varphi_+$  и  $\varphi_-$ .

Взаимно противоположные волны (5.16) и (5.17) можно представить в виде двухкомпонентного спинора:

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = |\psi\rangle = \begin{pmatrix} \bar{a}_+ e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \\ \bar{a}_- e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

и эрмитовосопряженного ему спинора

$$\begin{pmatrix} s_1^* & s_2^* \end{pmatrix} = \langle\psi| = \begin{pmatrix} \bar{a}_+^* e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} & \bar{a}_-^* e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \end{pmatrix}. \quad (5.19)$$

Условие нормировки в данном случае выражается равенством

$$\begin{pmatrix} s_1^* & s_2^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \langle\psi|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \bar{a}_+^* e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} & \bar{a}_-^* e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{a}_+ e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \\ \bar{a}_- e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \end{pmatrix} = |\bar{a}_+|^2 + |\bar{a}_-|^2. \quad (5.20)$$

Для нахождения проекций спина (круговой поляризации) луча света на оси координат воспользуемся спинтензором

$$A_3 = \begin{pmatrix} x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & -x_3 \end{pmatrix} = x_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (5.21)$$

который связан с 3-мерной метрикой

$$\det(A_3) = \begin{pmatrix} x_3 & x_1 - ix_2 \\ x_1 - ix_2 & -x_3 \end{pmatrix}_{\det} = \begin{vmatrix} x_3 & x_1 - ix_2 \\ x_1 + ix_2 & -x_3 \end{vmatrix} = -(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2), \quad (5.22)$$

с сигнатурой  $(---)$ .

Полагая в выражении (5.21)  $x_1 = x_2 = x_3 = 1$ , рассмотрим проекции спина на оси координат

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} s_1^* & s_2^* \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_1^* & s_2^* \\ -i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_1^* & s_2^* \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \\
& = (s_2^* s_1 + s_2^* s_1) + (-i s_2^* s_1 + i s_1^* s_2) + (s_1^* s_1 - s_2^* s_2).
\end{aligned} \tag{5.23}$$

Подставляя в это выражение спиноры (5.19) и (5.20), получим три следующие проекции спина на соответствующие координатные оси  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $x_3 = z$ :

$$\begin{aligned}
\langle s_x \rangle &= \langle \psi | -\sigma_1 | \psi \rangle = \begin{pmatrix} s_1^* & s_2^* \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} \bar{a}_+^* e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} & \bar{a}_-^* e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{a}_+ e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \\ \bar{a}_- e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \end{pmatrix} = \bar{a}_-^* \bar{a}_+ e^{-i\frac{4\pi}{\lambda}(ct-r)} + \bar{a}_+^* \bar{a}_- e^{i\frac{4\pi}{\lambda}(ct-r)};
\end{aligned} \tag{5.24}$$

$$\begin{aligned}
\langle s_y \rangle &= \langle \psi | -\sigma_2 | \psi \rangle = \begin{pmatrix} s_1^* & s_2^* \\ -i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} \bar{a}_+^* e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} & \bar{a}_-^* e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \\ -i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{a}_+ e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \\ \bar{a}_- e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \end{pmatrix} = \\
&= \bar{a}_-^* \bar{a}_+ e^{-i\frac{4\pi}{\lambda}(ct-r)} + \bar{a}_+^* \bar{a}_- e^{i\frac{4\pi}{\lambda}(ct-r)} = i \left[ \bar{a}_+^* \bar{a}_- e^{i\frac{4\pi}{\lambda}(ct-r)} - \bar{a}_-^* \bar{a}_+ e^{-i\frac{4\pi}{\lambda}(ct-r)} \right];
\end{aligned} \tag{5.25}$$

$$\begin{aligned}
\langle s_z \rangle &= \langle \psi | -\sigma_3 | \psi \rangle = \begin{pmatrix} s_1^* & s_2^* \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} \bar{a}_+^* e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} & \bar{a}_-^* e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{a}_+ e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \\ \bar{a}_- e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r)} \end{pmatrix} = |\bar{a}_+|^2 - |\bar{a}_-|^2.
\end{aligned}$$

В случае  $\varphi_+ = \varphi_- = 0$  формулы (5.24) приобретают следующий упрощенный вид:



$$\langle s_x \rangle = 2a_+ a_- \cos \left[ \frac{4\pi}{\lambda} (ct - r) \right] = 2a_+ a_- \cos [2(t\omega - kr)], \quad (5.27)$$

$$\langle s_y \rangle = 2a_+ a_- \sin \left[ \frac{4\pi}{\lambda} (ct - r) \right] = 2a_+ a_- \sin [2(t\omega - kr)],$$

$$\langle s_z \rangle = |a_+|^2 - |a_-|^2.$$

В случае равенства амплитуд прямой и обратной волн  $a_+ = a_-$ , вместо уравнений (5.27) получим следующие усредненные проекции спина

$$\langle s_z \rangle = 0, \quad (5.29)$$

$$\langle s_x \rangle = 2a_+^2 \cos [2(\omega t - kr)],$$

$$\langle s_y \rangle = 2a_+^2 \sin [2(\omega t - kr)].$$

Проекция спина (вращающегося вектора напряженности электрического поля) на направление распространения луча света  $Z$  неизменна и равна нулю. При этом его проекция на плоскость  $XY$ , перпендикулярную направлению распространения данного луча, вращается вокруг оси  $Z$  с угловой скоростью  $\omega = 4\pi c/\lambda$ . Таким образом, спинорное представление о распространении сопряженной пары волн приводит к описанию круговой поляризации без привлечения дополнительных гипотез.

Аналогично может быть выполнен анализ распространения волн в 3-мерной метрической протяженности с сигнатурами:  $(---)$ ,  $(+--)$ ,  $(-+-)$ ,  $(--+)$ ,  $(+++)$ ,  $(-++)$ ,  $(+-+)$ ,  $(++-)$ .

## 6 ДИРАКОВСКИЙ «ВАКУУМ»

### 6.1 Дираковское расслоение $\lambda_{m,n}$ -вакуума

Рассмотрим дираковское «расслоение» квадратичной формы на примере метрики

$$ds^2 = c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 \text{ с сигнатурой } (++++). \quad (6.1)$$

Представим данную метрику в виде произведения двух аффинных (линейных) форм

$$ds^2 = ds'ds'' = (\gamma_0 dx_0' + \gamma_1 dx_1' + \gamma_2 dx_2' + \gamma_3 dx_3') \cdot (\gamma_0 dx_0'' + \gamma_1 dx_1'' + \gamma_2 dx_2'' + \gamma_3 dx_3'') \quad (6.2)$$

Раскрывая в данном выражении скобки, получим

$$ds'ds'' = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\eta=0}^3 \gamma_\mu \gamma_\eta dx^\mu dx^\eta = \frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\eta=0}^3 (\gamma_\mu \gamma_\eta + \gamma_\eta \gamma_\mu) dx^\mu dx^\eta. \quad (6.3)$$

Существует, по крайней мере, два варианта определения величин  $\gamma_\mu$ , удовлетворяющих условию равенства выражений (6.1) и (6.3):

- 1) метод Клиффордовых агрегатов (например, кватернионов);
- 2) метод Дирака.

В первом случае линейные формы, входящие в выражение (6.2), представляются в виде пары аффинных агрегатов:

$$ds' = \gamma_0 c dt' + \gamma_1 dx' + \gamma_2 dy' + \gamma_3 dz' \quad (6.4)$$

$$ds'' = \gamma_0 c dt'' + \gamma_1 dx'' + \gamma_2 dy'' + \gamma_3 dz'' \quad (6.5)$$

со стигнатурой  $\{++++\}$ ,

где  $\gamma_\mu$  – объекты, удовлетворяющие антикоммутиративному условию алгебры Клиффорда

$$\gamma_\mu \gamma_\eta + \gamma_\eta \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\eta}, \quad (6.6)$$

где

$$\delta_{\mu\eta} = \begin{cases} 1 & \text{при } \mu = \eta, \\ 0 & \text{при } \mu \neq \eta. \end{cases} \quad \text{– символы Кронекера} \quad (6.7)$$

Во втором случае, метод Дирака предполагает вместо символов Кронекера (6.7) использовать единичную матрицу

$$\delta_{\mu\eta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (6.8)$$

тогда условию (6.6) удовлетворяет, например, следующий набор  $4 \times 4$  - матриц Дирака:

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.9)$$

Эти матрицы можно рассматривать в качестве образующих соответствующей алгебры Клиффорда.

В этом случае выражение (6.3) приобретает матричный вид

$$(ds_{ii}^2) = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\eta=0}^3 \gamma_{\mu} \gamma_{\eta} dx^{\mu} dx^{\eta} = \frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\eta=0}^3 (\gamma_{\mu} \gamma_{\eta} + \gamma_{\eta} \gamma_{\mu}) dx^{\mu} dx^{\eta}, \quad (6.10)$$

где

$$(ds_{ii}^2) = \begin{pmatrix} ds_{00}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ds_{11}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ds_{22}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ds_{33}^2 \end{pmatrix}. \quad (6.11)$$

Выражение (6.10) с учетом (6.8) может быть представлено в виде

$$(ds_{ii}^2) = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\eta=0}^3 \gamma_{\mu} \gamma_{\eta} dx^{\mu} dx^{\eta} = c^2 dt^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + dx^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + dy^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + dz^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (6.12)$$

Вернемся к квадратичной форме (6.1) и ее дираковскому расслоению (6.10)

$$(ds_{ii}^2) = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\eta=0}^3 \gamma_{\mu} \gamma_{\eta} dx^{\mu} dx^{\eta} = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\eta=0}^3 b_{\mu\eta} dx^{\mu} dx^{\eta}, \quad (6.13)$$

где

$$\gamma_{\mu} \gamma_{\eta} = b_{\mu\eta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.14)$$

Рассмотрим всевозможные варианты записи выражения (6.13).

Воспользуемся следующим базисом из шестнадцати всевозможных

$\gamma_{\mu}^{(\rho)}$ -матриц Дирака:

$$\begin{aligned} \gamma_0^{(0)} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \gamma_1^{(0)} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_2^{(0)} &= \begin{pmatrix} i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \end{pmatrix} & \gamma_3^{(0)} &= \begin{pmatrix} 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix} \\ \\ \gamma_0^{(1)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_1^{(1)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_2^{(1)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_3^{(1)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \\ \gamma_0^{(2)} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_1^{(2)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_2^{(2)} &= \begin{pmatrix} i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix} & \gamma_3^{(2)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \\ \gamma_0^{(3)} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \gamma_1^{(3)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_2^{(3)} &= \begin{pmatrix} 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \end{pmatrix} & \gamma_3^{(3)} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.15)$$

Метод Дирака, в отличие от метода аффинных агрегатов, позволяет одновременно «расслаивать» сразу четыре метрических пространства с четырьмя метриками, являющимися компонентами матрицы (6.11).

В Алгебре сигнатур рассматриваются квадратичные формы (5.8) с шестнадцатью всевозможными сигнатурами

$$(6.16)$$

$$\begin{array}{ll}
ds^{(++++)2} = dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 & ds^{(----)2} = -dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 \\
ds^{(---+)2} = -dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 + dx_3^2 & ds^{(+++ -)2} = dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 \\
ds^{(+-+ )2} = dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 + dx_3^2 & ds^{(-++ -)2} = -dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 \\
ds^{(+---)2} = dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 & ds^{(-+++ )2} = -dx_0^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 \\
ds^{(-+++)2} = -dx_0^2 - dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 & ds^{(+-+-)2} = dx_0^2 + dx_1^2 - dx_2^2 + dx_3^2 \\
ds^{(-+-+ )2} = -dx_0^2 + dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 & ds^{(+--+ )2} = dx_0^2 - dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 \\
ds^{(+--+ )2} = dx_0^2 - dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 & ds^{(-+-+ )2} = -dx_0^2 + dx_1^2 - dx_2^2 + dx_3^2 \\
ds^{(+-+-)2} = dx_0^2 + dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 & ds^{(-+++)2} = -dx_0^2 - dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2
\end{array}$$

Каждую из них можно также «расслоить» по методу Дирака

$$(ds_{ii}^{(a,b)2}) = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\eta=0}^3 \gamma_{\mu}^{(a)} \gamma_{\eta}^{(b)} dx^{\mu} dx^{\eta}, \quad (6.17)$$

где  $\gamma_{\mu}^{(a)} \gamma_{\eta}^{(b)} = b_{\mu\eta}^{(ab)}, \quad (6.17a)$

но в этом случае каждая  $b_{\mu\eta}^{(ab)}$ -матрица имеет соответствующую сигнатуру:

$$\begin{array}{cccc}
b_{\mu\eta}^{00} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & b_{\mu\eta}^{10} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & b_{\mu\eta}^{20} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & b_{\mu\eta}^{30} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
b_{\mu\eta}^{01} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & b_{\mu\eta}^{11} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & b_{\mu\eta}^{21} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & b_{\mu\eta}^{31} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
b_{\mu\eta}^{02} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & b_{\mu\eta}^{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & b_{\mu\eta}^{22} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & b_{\mu\eta}^{32} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
b_{\mu\eta}^{03} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & b_{\mu\eta}^{13} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & b_{\mu\eta}^{23} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & b_{\mu\eta}^{33} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.
\end{array}$$

(6.18)

Знаки перед единицами в диагональных  $b_{\mu\eta}^{(ab)}$ -матрицах соответствуют наборам знаков в компонентах матрицы сигнатур (4.26)

$$\begin{array}{cccc} (+ + + +)^{00} & (+ + + -)^{10} & (- + + -)^{20} & (+ + - +)^{30} \\ (- - - +)^{01} & (- + + +)^{11} & (- - + +)^{21} & (- + - +)^{31} \\ (+ - - +)^{02} & (+ + - -)^{12} & (+ - - -)^{22} & (+ - + +)^{32} \\ (- - + -)^{03} & (+ - + -)^{13} & (- + - -)^{23} & (- - - -)^{33}. \end{array}$$

В этом пункте для краткости верхние индексы будем временно опускать и вместо « $b_{\mu\eta}^{(ab)}$ -матрица» будем писать « $b_{\mu\eta}$ -матрица».

Вернемся к дираковскому «расслоению» квадратичной формы (6.10)

$$(ds_{ii}^2) = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\eta=0}^3 \gamma_{\mu} \gamma_{\eta} dx^{\mu} dx^{\eta} = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\eta=0}^3 b_{\mu\eta} dx^{\mu} dx^{\eta}, \quad (6.19)$$

где

$$\gamma_{\mu} \gamma_{\eta} = b_{\mu\eta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.20)$$

и рассмотрим всевозможные варианты ее раскрытия.

Каждой из шестнадцати  $\gamma_{\mu}^{(\rho)}$ -матриц (6.15) можно подобрать вторую  $\gamma_{\chi}^{(\tau)}$ -матрицу из этого же набора, такую, что их произведение равно  $b_{\mu\eta}$ -матрице (6.20). Например:

$$\begin{pmatrix} 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (6.21)$$

Каждая  $\gamma_{\mu}^{(\rho)}$ -матрица (6.15) может иметь одну из 16-и возможных сигнатур. Например:

$$\begin{aligned}
\gamma_{11}^{00} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_{11}^{10} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_{11}^{20} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_{11}^{30} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\gamma_{11}^{01} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_{11}^{11} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_{11}^{21} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_{11}^{31} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\gamma_{11}^{02} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_{11}^{12} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_{11}^{22} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_{11}^{32} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\gamma_{11}^{03} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_{11}^{23} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \gamma_{11}^{33} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
\end{aligned}
\tag{6.22}$$

Для каждой из этих  $\gamma_{\mu\rho}^{ij}$ -матриц также можно подобрать вторую  $\gamma_{\chi\tau}^{ij}$ -матрицу, произведение с которой приводит к  $b_{\mu\tau}$ -матрице (6.20).

Таким образом, с учетом 16-и стигнатур из 16-и  $\gamma_{\mu\rho}$ -матриц (6.15) получается  $16 \times 16 = 256$   $\gamma_{\mu\rho}^{ij}$ -матриц.

Каждую  $\gamma_{\mu\rho}^{ij}$ -матрицу (6.22) можно превратить в одну из 16-и смешанных матриц. Поясним данное утверждение на примере  $\gamma_{11}^{13}$ -матрицы:

$$\begin{aligned}
{}_{00}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & {}_{10}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & {}_{20}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & {}_{30}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
{}_{01}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & {}_{11}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & {}_{21}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & {}_{31}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
{}_{02}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & {}_{12}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix} & {}_{22}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix} & {}_{32}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
{}_{03}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix} & {}_{13}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix} & {}_{23}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix} & {}_{33}\gamma_{11}^{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{6.23}$$

При подобном размещивании всех 256-ти  $\gamma_{\mu\nu}^{ij}$ -матриц (6.23) получается базис из  $16^3 = 256 \times 16 = 4096$   ${}_{nk}\gamma_{\mu\nu}^{ij}$ -матриц. Следовательно, в этом случае  $b_{\mu\nu}$ -матрица (6.20) может быть задана одной из 4096 произведений пар  ${}_{nk}\gamma_{\mu\nu}^{ij}$ -матриц.

В свою очередь, все шестнадцать  $b_{\mu\nu}$ -матриц (6.18) могут быть заданы  $16^4 = 65536$  различными вариантами парных произведений  ${}^{vc}{}_{nk}\gamma_{lm}^{ij}$ -матриц.

Подобным образом можно продолжать наращивание базиса обобщенных  $\gamma$ -матриц Дирака практически до бесконечности.

Выше было рассмотрено дираковское «расслоение» только одной квадратичной формы (6.1). Точно так же «расслаиваются» все остальные метрики (6.16).

Всю совокупность  ${}^{vc}{}_{nk}\gamma_{lm}^{ij}$ -матриц будем называть обобщенными матрицами Дирака, а  $\lambda_{m,n}$ -вакуум, а препарированный посредством этих матриц, будем называть дираковским расслоением  $\lambda_{m,n}$ -вакуума.



## 7 ИСКРИВЛЕННЫЙ УЧАСТОК ВАКУУМА

### 7.1 Искривленный участок $\lambda_{m,n}$ -вакуум

Рассмотрим искривленный 3-мерный участок вакуума. Если длина волны  $\lambda_{m \div n}$  пробных монохроматических лучей света значительно меньше размеров неровностей вакуума, то на этом участке кубическая ячейка  $\lambda_{m,n}$ -вакуума (т.е. кубическая ячейка  $3D_{m,n}$ -ландшафта, ограниченная этими лучами) будет искривлена (рис. 7.1).

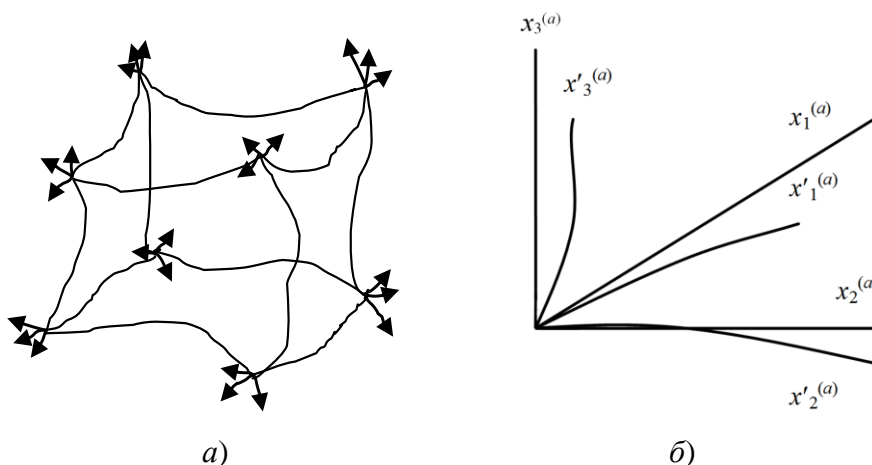


Рис. 7.1. а) Деформированная кубическая ячейка  $\lambda_{m,n}$ -вакуума  
б) Один из углов искривленного куба

Рассмотрим одну из восьми вершин искривленного куба  $\lambda_{m,n}$ -вакуума (рис. 7а). Заменяем искаженные ребра, выходящие из данной вершины, искаженными осями криволинейной системы координат  $x'^{0(a)}$ ,  $x'^{1(a)}$ ,  $x'^{2(a)}$ ,  $x'^{3(a)}$  (рис. 7б). Те же ребра исходного, идеального куба обозначим псевдодекартовой системой координат  $x^{0(a)}$ ,  $x^{1(a)}$ ,  $x^{2(a)}$ ,  $x^{3(a)}$ .

Искажения угла рассматриваемого куба  $\lambda_{m,n}$ -вакуума можно разложить на две составляющие: 1) изменение длин (сжатие или расширение) осей  $x'^{0(a)}$ ,  $x'^{1(a)}$ ,  $x'^{2(a)}$ ,  $x'^{3(a)}$  при сохранении прямых углов между этими осями; 2) отклонения углов между осями  $x'^{0(a)}$ ,  $x'^{1(a)}$ ,  $x'^{2(a)}$ ,  $x'^{3(a)}$  от прямых при сохранении их длин.

Рассмотрим данные аффинные искажения по отдельности.

1) Пусть при искривлении изменились только длины осей  $x^{r0(a)}$ ,  $x^{r1(a)}$ ,  $x^{r2(a)}$ ,  $x^{r3(a)}$ , тогда эти оси можно выразить через оси исходного идеального куба  $x^{0(a)}$ ,  $x^{1(a)}$ ,  $x^{2(a)}$ ,  $x^{3(a)}$  с помощью соответствующих преобразований координат:

$$\begin{aligned} x^{r0(a)} &= \alpha_{00}^{(a)}x^{0(a)} + \alpha_{01}^{(a)}x^{1(a)} + \alpha_{02}^{(a)}x^{2(a)} + \alpha_{03}^{(a)}x^{3(a)}; \\ x^{r1(a)} &= \alpha_{10}^{(a)}x^{0(a)} + \alpha_{11}^{(a)}x^{1(a)} + \alpha_{12}^{(a)}x^{2(a)} + \alpha_{13}^{(a)}x^{3(a)}; \\ x^{r2(a)} &= \alpha_{20}^{(a)}x^{0(a)} + \alpha_{21}^{(a)}x^{1(a)} + \alpha_{22}^{(a)}x^{2(a)} + \alpha_{23}^{(a)}x^{3(a)}; \\ x^{r3(a)} &= \alpha_{30}^{(a)}x^{0(a)} + \alpha_{31}^{(a)}x^{1(a)} + \alpha_{32}^{(a)}x^{2(a)} + \alpha_{33}^{(a)}x^{3(a)}, \end{aligned} \quad (7.1)$$

где

$$\alpha_{ij}^{(a)} = dx^{ri(a)} / dx^{j(a)} \quad (7.2)$$

– якобиан преобразования, или компоненты тензора удлинений.

2) Пусть теперь изменению подвержены только углы между осями системы координат  $x^{r0(a)}$ ,  $x^{r1(a)}$ ,  $x^{r2(a)}$ ,  $x^{r3(a)}$ , а длины этих осей остаются неизменными. В этом случае достаточно рассмотреть только изменение углов между базисными векторами  $\mathbf{e}'_0(a)$ ,  $\mathbf{e}'_1(a)$ ,  $\mathbf{e}'_2(a)$ ,  $\mathbf{e}'_3(a)$  искаженной системы отсчета.

Из векторного анализа известно, что базисные вектора искаженного 4-базиса  $\mathbf{e}'_0(a)$ ,  $\mathbf{e}'_1(a)$ ,  $\mathbf{e}'_2(a)$ ,  $\mathbf{e}'_3(a)$  могут быть выражены через исходные базисные вектора  $\mathbf{e}_0(a)$ ,  $\mathbf{e}_1(a)$ ,  $\mathbf{e}_2(a)$ ,  $\mathbf{e}_3(a)$  ортогонального 4-базиса посредством следующей системы линейных уравнений:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}'_0(a) &= \beta^{00(a)}\mathbf{e}_0(a) + \beta^{01(a)}\mathbf{e}_1(a) + \beta^{02(a)}\mathbf{e}_2(a) + \beta^{03(a)}\mathbf{e}_3(a); \\ \mathbf{e}'_1(a) &= \beta^{10(a)}\mathbf{e}_0(a) + \beta^{11(a)}\mathbf{e}_1(a) + \beta^{12(a)}\mathbf{e}_2(a) + \beta^{13(a)}\mathbf{e}_3(a); \\ \mathbf{e}'_2(a) &= \beta^{20(a)}\mathbf{e}_0(a) + \beta^{21(a)}\mathbf{e}_1(a) + \beta^{22(a)}\mathbf{e}_2(a) + \beta^{23(a)}\mathbf{e}_3(a); \\ \mathbf{e}'_3(a) &= \beta^{30(a)}\mathbf{e}_0(a) + \beta^{31(a)}\mathbf{e}_1(a) + \beta^{32(a)}\mathbf{e}_2(a) + \beta^{33(a)}\mathbf{e}_3(a), \end{aligned} \quad (7.3)$$

где

$$\beta^{pm(a)} = (\mathbf{e}'_p(a) \cdot \mathbf{e}_m(a)) = \cos(\mathbf{e}'_p(a) \wedge \mathbf{e}_m(a)) \quad (7.4)$$

– направляющие косинусы.

Системы уравнений (7.1) и (7.3) могут быть представлены в компактном виде:

$$x'^i{}^{(a)} = \alpha_{ij}{}^{(a)} x^{j(a)}, \quad (7.5)$$

$$\mathbf{e}'_p{}^{(a)} = \beta^{pm(a)} \mathbf{e}_m{}^{(a)}. \quad (7.6)$$

Искажения остальных 7 углов искривленного куба  $\lambda_{m,n}$ -вакуума (рис. 7.1) (точнее, пятнадцати оставшихся 4-базисов, рис. 2.7) описываются аналогичным образом.

Запишем, для примера, вектор (4.1) в искаженном 4-базисе

$$d\mathbf{s}'^{(7)} = \mathbf{e}'_i{}^{(7)} dx'^i{}^{(7)}. \quad (7.7)$$

С учетом (7.5) и (7.6) вектор (7.7) можно представить в виде

$$d\mathbf{s}'^{(7)} = \beta^{pm(7)} \mathbf{e}_m{}^{(7)} \alpha_{pj}{}^{(7)} dx^{j(7)}. \quad (7.8)$$

Аналогично, все вершины искаженного куба  $\lambda_{m,n}$ -вакуума могут быть представлены векторами

$$d\mathbf{s}'^{(a)} = \beta^{pm(a)} \mathbf{e}_m{}^{(a)} \alpha_{pj}{}^{(a)} dx^{j(a)}, \quad (7.9)$$

где  $a = 1, 2, \dots, 16$ .

## 7.2 Искривленные метрические 4-пространства

Рассмотрим два вектора (4.1) и (4.2), заданных в 5-м и 7-м искривленных аффинных пространствах

$$d\mathbf{s}'^{(5)} = \beta^{ln(5)} \mathbf{e}_n{}^{(5)} \alpha_{lj}{}^{(5)} dx^j, \quad (7.10)$$

$$d\mathbf{s}'^{(7)} = \beta^{pm(7)} \mathbf{e}_m{}^{(7)} \alpha_{pi}{}^{(7)} dx^i. \quad (7.11)$$

Найдем скалярное произведение этих векторов

$$ds'^{(7,5)2} = d\mathbf{s}'^{(7)} d\mathbf{s}'^{(5)} = \beta^{pm(7)} \mathbf{e}_m{}^{(7)} \alpha_{pi}{}^{(7)} \beta^{ln(5)} \mathbf{e}_n{}^{(5)} \alpha_{lj}{}^{(5)} dx^i dx^j = c_{ij}{}^{(7,5)} dx^i dx^j, \quad (7.12)$$

где

$$c_{ij}{}^{(7,5)} = \beta^{pm(7)} \mathbf{e}_m{}^{(7)} \alpha_{pi}{}^{(7)} \beta^{ln(5)} \mathbf{e}_n{}^{(5)} \alpha_{lj}{}^{(5)} \quad (7.13)$$

– компоненты метрического тензора (7,5)-го метрического 4-пространства.

Таким образом, получен интервал (7,5)-го метрического 4 - пространства

$$ds^{(7,5)2} = c_{ij}^{(7,5)} dx^i dx^j \quad (7.14)$$

с сигнатурой (4.6) (+ + + -) и метрическим тензором

$$c_{ij}^{(7,5)} = \begin{pmatrix} c_{00}^{(7,5)} & c_{10}^{(7,5)} & c_{20}^{(7,5)} & c_{30}^{(7,5)} \\ c_{01}^{(7,5)} & c_{11}^{(7,5)} & c_{21}^{(7,5)} & c_{31}^{(7,5)} \\ c_{02}^{(7,5)} & c_{12}^{(7,5)} & c_{22}^{(7,5)} & c_{32}^{(7,5)} \\ c_{03}^{(7,5)} & c_{13}^{(7,5)} & c_{23}^{(7,5)} & c_{33}^{(7,5)} \end{pmatrix}. \quad (7.15)$$

Аналогично, скалярное попарное произведение двух любых из 16-и векторов (7.9)

$$ds^{(a)} = \beta^{pm(a)} \mathbf{e}_m^{(a)} \alpha_{pi}^{(a)} dx^i, \quad (7.16)$$

$$ds^{(b)} = \beta^{ln(b)} \mathbf{e}_n^{(b)} \alpha_{lj}^{(b)} dx^j \quad (7.17)$$

приводит к формированию атласа, состоящего из  $16 \times 16 = 256$  всевозможных искривленных 4-листов (т.е. метрических 4-пространств) с метриками

$$ds^{(a,b)2} = c_{ij}^{(a,b)} dx^i dx^j, \quad (7.18)$$

где  $a = 1, 2, 3, \dots, 16$ ;  $b = 1, 2, 3, \dots, 16$ , с соответствующими сигнатурами (4.9) и метрическими тензорами

$$c_{ij}^{(a,b)} = \begin{pmatrix} c_{00}^{(a,b)} & c_{10}^{(a,b)} & c_{20}^{(a,b)} & c_{30}^{(a,b)} \\ c_{01}^{(a,b)} & c_{11}^{(a,b)} & c_{21}^{(a,b)} & c_{31}^{(a,b)} \\ c_{02}^{(a,b)} & c_{12}^{(a,b)} & c_{22}^{(a,b)} & c_{32}^{(a,b)} \\ c_{03}^{(a,b)} & c_{13}^{(a,b)} & c_{23}^{(a,b)} & c_{33}^{(a,b)} \end{pmatrix}, \quad (7.19)$$

где

$$c_{ij}^{(a,b)} = \beta^{pm(a)} \mathbf{e}_m^{(a)} \alpha_{pi}^{(a)} \beta^{ln(b)} \mathbf{e}_n^{(b)} \alpha_{lj}^{(b)} \quad (7.20)$$

– компоненты метрического тензора  $(a,b)$ -го искривленного метрического 4-пространства.

### 7.3 Тензор 4-деформаций

В классической теории упругости и в общей теории относительности актуальное состояние локального объема упруго-пластичной среды (в частности Эйнштейновского вакуума), описывается только одной «вмороженной» в

нее системой отсчета с соответствующим 4-базисом. Это приводит к анализу только одной квадратичной формы вида

$$ds'^2 = g_{ij} dx^i dx^j \text{ с сигнатурой } (+---), \quad (7.21)$$

где  $g_{ij}$  – компоненты метрического тензора локального участка искривленной метрической протяженности (данных компонент 16, но в силу симметрии  $g_{ji} = g_{ij}$  значимыми являются только 10).

Квадратичную форму (7.21) сравнивают с квадратичной формой исходного идеального состояния того же локального участка упруго - пластичной среды [6]

$$ds_0^2 = g_{ij}^0 dx^i dx^j \text{ с той же сигнатурой } (+---) \quad (7.22)$$

Вычитая метрику исходного состояния (7.22) из метрики актуального состояния (7.21), получим [6]

$$ds'^2 - ds_0^2 = (g_{ij} - g_{ij}^0) dx^i dx^j = 2\varepsilon_{ij} dx^i dx^j, \quad (7.23)$$

где 
$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(g_{ij} - g_{ij}^0), \quad (7.24)$$

– тензор 4-деформаций, который является центральным предметом рассмотрения классической теории упругости.

Развиваемая здесь свето-геометрия  $\lambda_{m,n}$ -вакуума, основанная на Алгебре сигнатур, отличаются от классической теории упругости тем, что исследуемый локальный объем упруго-пластичной среды (в данном случае  $\lambda_{m,n}$ -вакуума) описывается не одним 4-базисом, связанным с одним из восьми углов исследуемого куба (рис. 7.1), а со всеми шестнадцатью 4-базисами, начало которых находится в исследуемой точке  $O$  (рис. 2.5).

Данное обстоятельство приводит к тому, что вместо одной метрики типа (7.21) в свето-геометрии вакуума, фигурирует 256 метрик (7.18)

$$ds^{(a,b)2} = c_{ij}^{(a,b)} dx^i dx^j \quad (7.25)$$

с соответствующими сигнатурами (4.9) или (4.20), которые описывают один и тот же объем, исследуемой протяженности (в частности  $\lambda_{m,n}$ -вакуума) с разных его сторон.

При этом метрико-динамическое состояние исследуемого объема упруго-пластической среды (в частности  $\lambda_{m,n}$ -вакуума) описывается не 16-ю числами (т.е. компонентами метрического тензора  $g_{ji}$ ), а  $256 \times 16 = 4096$ -ю компонентами 256-ти тензоров  $c_{ji}^{(a,b)}$  (7.19).

Этим достигается не только значительно более точное описание искривленного объема упруго-пластичной среды (в частности,  $\lambda_{m,n}$ -вакуума) в окрестности точки  $O$  (рис. 2.5), но и подготавливается логическая основа для выявления ряда вакуумных эффектов, которые ранее не рассматривались из за отсутствия надлежащего математического аппарата.

Еще раз отметим, что развиваемый здесь математический аппарат свето-геометрии вакуума (основанный на Алгебре сигнатур) подходит для исследования свойств не только объективной и/или субъективной пустоты, но и любых других 3-мерных сплошных сред, в которых волновые возмущения (свет, звук, фононы) распространяются с постоянной скоростью.

#### 7.4 Первый этап компактификации искривленных измерений

Подобно тому, как это было сделано в § 4.3, на первом этапе компактификация дополнительных искривленных математических измерений в Алгебре сигнатур выполняется усреднение метрических 4-пространств с одной и той же сигнатурой.

Например, для метрик с сигнатурой  $(- + - +)$  (рис. 4.2) имеем следующий усредненный метрический тензор

$$c_{ij}^{(p)} = \begin{pmatrix} c_{00}^{(p)} & c_{10}^{(p)} & c_{20}^{(p)} & c_{30}^{(p)} \\ c_{01}^{(p)} & c_{11}^{(p)} & c_{21}^{(p)} & c_{31}^{(p)} \\ c_{02}^{(p)} & c_{12}^{(p)} & c_{22}^{(p)} & c_{32}^{(p)} \\ c_{03}^{(p)} & c_{13}^{(p)} & c_{23}^{(p)} & c_{33}^{(p)} \end{pmatrix} = \frac{1}{16} \left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} c_{00}^{(14,2)} & c_{10}^{(14,2)} & c_{20}^{(14,2)} & c_{30}^{(14,2)} \\ c_{01}^{(14,2)} & c_{11}^{(14,2)} & c_{21}^{(14,2)} & c_{31}^{(14,2)} \\ c_{02}^{(14,2)} & c_{12}^{(14,2)} & c_{22}^{(14,2)} & c_{32}^{(14,2)} \\ c_{03}^{(14,2)} & c_{13}^{(14,2)} & c_{23}^{(14,2)} & c_{33}^{(14,2)} \end{pmatrix} + \\ \begin{pmatrix} c_{00}^{(13,1)} & c_{10}^{(13,1)} & c_{20}^{(13,1)} & c_{30}^{(13,1)} \\ c_{01}^{(13,1)} & c_{11}^{(13,1)} & c_{21}^{(13,1)} & c_{31}^{(13,1)} \\ c_{02}^{(13,1)} & c_{12}^{(13,1)} & c_{22}^{(13,1)} & c_{32}^{(13,1)} \\ c_{03}^{(13,1)} & c_{13}^{(13,1)} & c_{23}^{(13,1)} & c_{33}^{(13,1)} \end{pmatrix} + \dots \\ \begin{pmatrix} c_{00}^{(1,13)} & c_{10}^{(1,13)} & c_{20}^{(1,13)} & c_{30}^{(1,13)} \\ c_{01}^{(1,13)} & c_{11}^{(1,13)} & c_{21}^{(1,13)} & c_{31}^{(1,13)} \\ c_{02}^{(1,13)} & c_{12}^{(1,13)} & c_{22}^{(1,13)} & c_{32}^{(1,13)} \\ c_{03}^{(1,13)} & c_{13}^{(1,13)} & c_{23}^{(1,13)} & c_{33}^{(1,13)} \end{pmatrix} \end{array} \right\}, \quad (7.26)$$

где  $p$  соответствует 14-й сигнатуре  $(- + - +)$ , согласно следующей условной нумерации сигнатур:

$$sign(c_{ij}^{(p)}) = \begin{matrix} (+ + + +)^1 & (+ + + -)^5 & (- + + -)^9 & (+ + - +)^{13} \\ (- - - +)^2 & (- + + +)^6 & (- - + +)^{10} & (- + - +)^{14} \\ (+ - - +)^3 & (+ + - -)^7 & (+ - - -)^{11} & (+ - + +)^{15} \\ (- - + -)^4 & (+ - - -)^8 & (- + - -)^{12} & (- - - -)^{16} \end{matrix} \quad (7.27)$$

и усредненный интервал

$$\langle ds^{(- + - +)2} \rangle = c_{ij}^{(14)} dx^i dx^j. \quad (7.28)$$

Аналогично, из-за 16-кратной вырожденности из 256 интервалов (7.18) искривленных метрических 4-пространств можно получить  $256 : 16 = 16$  усредненных интервалов с 16-ю возможными сигнатурами

$$\begin{matrix} \langle ds^{(+ - - -)2} \rangle & \langle ds^{(+ + + +)2} \rangle & \langle ds^{(- - - +)2} \rangle & \langle ds^{(+ - - +)2} \rangle \\ \langle ds^{(- - + -)2} \rangle & \langle ds^{(+ + - -)2} \rangle & \langle ds^{(- + - -)2} \rangle & \langle ds^{(+ - + -)2} \rangle \\ \langle ds^{(- + + +)2} \rangle & \langle ds^{(- - - -)2} \rangle & \langle ds^{(+ + + -)2} \rangle & \langle ds^{(- + + -)2} \rangle \\ \langle ds^{(+ + - +)2} \rangle & \langle ds^{(- - + +)2} \rangle & \langle ds^{(+ - - +)2} \rangle & \langle ds^{(- + - +)2} \rangle, \end{matrix} \quad (7.29)$$

где  $\langle \cdot \rangle$  - означает усреднение.

Если аддитивное наложение (суперпозицию) всех этих 16-ти усредненных интервалов (7.29) приравнять нулю

$$\begin{aligned}
 ds_{\Sigma}^2 = \sum_{p=1}^{16} c_{ij}^{(p)} dx^i dx^j = & c_{ij}^{(1)} dx^i dx^j + c_{ij}^{(2)} dx^i dx^j + c_{ij}^{(3)} dx^i dx^j + c_{ij}^{(4)} dx^i dx^j + \\
 & + c_{ij}^{(5)} dx^i dx^j + c_{ij}^{(6)} dx^i dx^j + c_{ij}^{(7)} dx^i dx^j + c_{ij}^{(8)} dx^i dx^j + \\
 & + c_{ij}^{(9)} dx^i dx^j + c_{ij}^{(10)} dx^i dx^j + c_{ij}^{(11)} dx^i dx^j + c_{ij}^{(12)} dx^i dx^j + \\
 & + c_{ij}^{(13)} dx^i dx^j + c_{ij}^{(14)} dx^i dx^j + c_{ij}^{(15)} dx^i dx^j + c_{ij}^{(16)} dx^i dx^j = 0, \quad (7.30)
 \end{aligned}$$

то данное выражение можно использовать в стохастической свето - геометрии для в среднем плоского  $\lambda_{m,n}$ -вакуума, поскольку оно является условием соблюдения  $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса.

В этом случае все  $16 \times 16 = 256$  компонентов 16-ти усредненных метрических тензоров  $c_{ij}^{(p)}$  могут быть случайными функциями времени. Но, согласно  $\lambda_{m,n}$ -вакуумному условию, эти метрико-динамические флуктуации должны так переливаться друг в друга, чтобы суммарная метрика (7.30) в среднем оставалась равной нулю.

На основании суммарного интервала (т.е. метрики) (7.30) может быть развита  $\lambda_{m,n}$ -вакуумная термодинамика, рассматривающая сложнейшие, около-нулевые «переливания» локальных  $\lambda_{m,n}$ -вакуумных искривлений. Могут быть введены представления о  $\lambda_{m,n}$ -вакуумной энтропии и температуре (суть хаотичности и интенсивности локальных  $\lambda_{m,n}$ -вакуумных флуктуаций). Можно говорить об охлаждении  $\lambda_{m,n}$ -вакуума до «замораживания», о его подогреве до «испарения» и о многих других эффектах, схожих с процессами, протекающими в обычных (атомистических) сплошных средах.

Особенности  $\lambda_{m,n}$ -вакуумной термодинамики связаны с процессами, когда градиенты  $\lambda_{m,n}$ -вакуумных флуктуаций приближаются к скорости света ( $dc_{ij}^{(p)}/dx_a \sim c$ ) или к нулю ( $dc_{ij}^{(p)}/dx_a \sim 0$ ).



Более детальное рассмотрение  $\lambda_{m,n}$ -вакуумной термодинамики выходит за рамки настоящей статьи. Однако некоторые аспекты данного направления исследований рассмотрены в [15].

*Кристаллизация «замороженной» области  $\lambda_{m,n}$ -вакуума, должна приводить к уникальным Психическим вакуумным эффектам, поскольку такая область может служить проводником Духовности с более высоких уровней Бытия в нижние миры, т. к. из каббалы известно, что правильным плотным формам соответствуют подобные им Духовные структуры. Однако следует помнить, что развитие «вакуумной магии» и «вакуумной алхимии» неминуемо приведет к «болезням вакуума» и к другим губительным последствиям.*

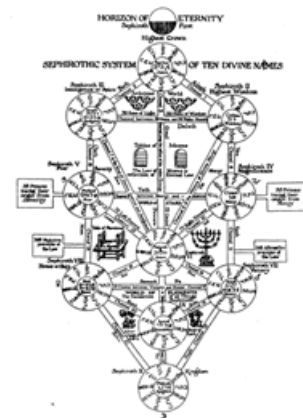
### **Связь с иудейскими воззрениями**

В Иудаизме Имя ВСЕВЫШНЕГО  $\aleph\text{-}\beth\text{-}\daleth\text{-}\varepsilon$  (вместо букв иврита используется транслитерация  $H' V H I$ ) Раскрывается в виде «Древа Жизни» (т.е. «Древа Сфирот»)[12] (7.30a)

$$\begin{pmatrix} I & H \\ H' & V \end{pmatrix}^{\otimes 2} = \begin{pmatrix} I \begin{pmatrix} I & H \\ H' & V \end{pmatrix} & H \begin{pmatrix} I & H \\ H' & V \end{pmatrix} \\ H' \begin{pmatrix} I & H \\ H' & V \end{pmatrix} & V \begin{pmatrix} I & H \\ H' & V \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} II & IH \\ IH' & IV \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} HI & HH \\ HH' & HV \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} H'I & H'H \\ H'H' & H'V \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} VI & VH \\ VH' & VV \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Компоненты данной матрицы соответствуют 10 Сфирам (Качествам) Эц Хаим (Древа Жизни):

Буква Имени $\aleph\text{-}\beth\text{-}\daleth\text{-}\varepsilon$	Компонента матрицы	Сфира
i острие Буквы Йюд	II	Кетер
I	HH	Хохма
H	VV	Бина
V	IV, IH, IH', VH, VH', HH' VI, HI, H'I, HV, H'V, H'H	Тиферет*
H'	H'H'	Малхут



где Сфера Тиферет\* состоит из шести сдвоенных Сфирот:

$$\begin{aligned} \text{Хесед (IV = VI)} \quad \text{Гвура (IH = HI)} \quad \text{Тиферет (IH' = HT)} \\ \text{Нецах (VH=HV)} \quad \text{Ход (VH' = VH')} \quad \text{Йесод (HH' = HН)} \end{aligned}$$

Матрицу (7.30а) можно записать как сумму двух матриц

$$\begin{pmatrix} \Pi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & HH & 0 & 0 \\ 0 & 0 & VV & 0 \\ 0' & 0 & 0 & H'H' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & HI & VI & H'I \\ IH & 0 & VH & H'H \\ IV & HV & 0 & H'V \\ IH' & HH' & VH' & 0 \end{pmatrix} \quad (7.30б)$$

В свою очередь, аналогично, матрица сигнатур (7.27) является результатом возведения во вторую кронекерову степень двухрядной матрицы

$$\begin{pmatrix} I & H \\ H' & V \end{pmatrix}^{\otimes 2} = \begin{pmatrix} (++) & (+-) \\ (-+) & (--) \end{pmatrix}^{\otimes 2} = \begin{pmatrix} (++++) & (+++-) & (+--+)& (+---) \\ (++-+) & (++--) & (+--+)& (+---) \\ (-+++)& (-++-) & (---++) & (---+-) \\ (-+--+) & (-+---) & (----+) & (----) \end{pmatrix}$$

Эта матрица также может быть представлена в виде суммы диагональной и антисимметричной матриц

$$\begin{pmatrix} (++++) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-+++)& 0 & 0 \\ 0 & 0 & (+---) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (----) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & (+++-) & (-++-) & (+--+)& \\ (----+) & 0 & (---++) & (-+--+) \\ (+---+) & (++--)& 0 & (+---+) \\ (-+--+) & (++--)& (-+--)& 0 \end{pmatrix} \quad (7.30в)$$

Сопоставляя матрицы (7.30б) и (7.30в) обнаруживаем, что сигнатуры отражают характерные свойства соответствующих Сфирот [12]

$$\begin{pmatrix} \Pi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & HH & 0 & 0 \\ 0 & 0 & VV & 0 \\ 0' & 0 & 0 & H'H' \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} (++++) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-+++)& 0 & 0 \\ 0 & 0 & (+---) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (----) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & HI & VI & H'I \\ IH & 0 & VH & H'H \\ IV & HV & 0 & H'V \\ IH' & HH' & VH' & 0 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 & (+++-) & (-++-) & (++-+) \\ (----+) & 0 & (--++) & (-+--+) \\ (+--+)+ & (++--)- & 0 & (+-++) \\ (----) & (+--+)- & (-+--)- & 0 \end{pmatrix}$$

### 7.5 Второй этап компактификации искривленных измерений

Подобно тому, как это было сделано в § 4.7, выражение (7.30) можно свести к двум слагаемым

$$\langle ds^{(-2)} \rangle + \langle ds^{(+2)} \rangle = \langle g_{ij}^{(+)} \rangle dx^i dx^j + \langle g_{ij}^{(-)} \rangle dx^i dx^j = 0, \quad (7.31)$$

где

$$\langle g_{ij}^{(-)} \rangle dx^i dx^j = \langle g_{ij}^{(+---)} \rangle dx^i dx^j = \frac{1}{7} \sum_{p=1}^7 c_{ij}^{(p)} dx^i dx^j \quad (7.32)$$

– квадратичная форма, являющаяся результатом усреднения семи интервалов из (7.29) с сигнатурами, входящими в числитель левого ранжира (4.32) или (7.34);

$$\langle g_{ij}^{(+)} \rangle dx^i dx^j = \langle g_{ij}^{(-+++)} \rangle dx^i dx^j = \frac{1}{7} \sum_{p=8}^{14} c_{ij}^{(p)} dx^i dx^j \quad (7.33)$$

– квадратичная форма, являющаяся результатом усреднения семи усредненных интервалов из (7.29) с сигнатурами, входящими в числитель правого ранжира (4.32) или (7.34)

$$\begin{array}{lll} (+ + + +) & + & (- - - -) = 0 \\ (- - - +) & + & (+ + + -) = 0 \\ (+ - - +) & + & (- + + -) = 0 \\ (- - + -) & + & (+ + - +) = 0 \\ (+ + - -) & + & (- - + +) = 0 \\ (- + - -) & + & (+ - + +) = 0 \\ \underline{(+ - + -)} & + & \underline{(- + - +)} = 0 \\ (+ - - -)_+ & + & (- + + +)_+ = 0 \end{array} \quad (7.34)$$

Таким образом, из всей совокупности  $\lambda_{m,n}$ -вакуумных флуктуаций можно выделить:

– усредненную «внешнюю» сторону  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности (или усредненный субконт) с усредненным интервалом

$$ds^{(+---)2} = ds^{(-)2} = g_{ij}^{(-)} dx^i dx^j \text{ с сигнатурой } (+---) \quad (7.35)$$

$$\text{где } g_{ij}^{(+)} = \begin{pmatrix} g_{00}^{(+)} & g_{10}^{(+)} & g_{20}^{(+)} & g_{30}^{(+)} \\ g_{01}^{(+)} & g_{11}^{(+)} & g_{21}^{(+)} & g_{31}^{(+)} \\ g_{02}^{(+)} & g_{12}^{(+)} & g_{22}^{(+)} & g_{32}^{(+)} \\ g_{03}^{(+)} & g_{13}^{(+)} & g_{23}^{(+)} & g_{33}^{(+)} \end{pmatrix}; \quad (7.36)$$

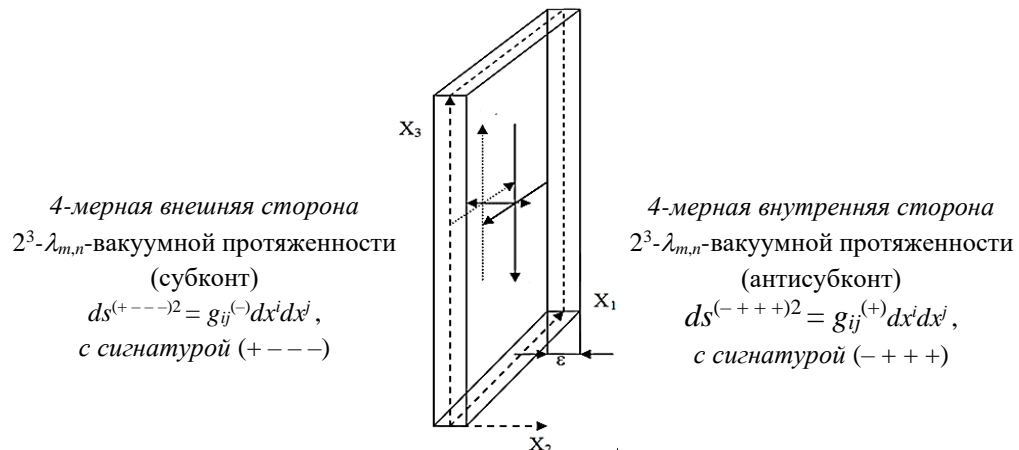
– усредненную «внутреннюю» сторону  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности (или усредненный антисубконт) с усредненным интервалом

$$ds^{(-+++ )2} = ds^{(+ )2} = g_{ij}^{(+)} dx^i dx^j \text{ с сигнатурой } (-+++), \quad (7.37)$$

$$\text{где } g_{ij}^{(-)} = \begin{pmatrix} g_{00}^{(-)} & g_{10}^{(-)} & g_{20}^{(-)} & g_{30}^{(-)} \\ g_{01}^{(-)} & g_{11}^{(-)} & g_{21}^{(-)} & g_{31}^{(-)} \\ g_{02}^{(-)} & g_{12}^{(-)} & g_{22}^{(-)} & g_{32}^{(-)} \\ g_{03}^{(-)} & g_{13}^{(-)} & g_{23}^{(-)} & g_{33}^{(-)} \end{pmatrix}. \quad (7.38)$$

Для сокращения записей знаки усреднения в метриках (7.35) – (7.38) опущены.

На рис. 7.2 условно показан усредненный участок двухстороннего  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуума, *внешняя* сторона которого (субконт) описывается метрикой  $ds^{(+---)2}$  (7.35), а *внутренняя* сторона (антисубконт) – метрикой  $ds^{(-+++ )2}$  (7.37).



**Рис. 7.2** Упрощенная иллюстрация участка двухсторонней  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности, *внешняя* сторона которой (*субконт*) описывается интервалом  $ds^{(+---)^2}$ , а *внутренняя* сторона (*антисубконт*) описывается интервалом  $ds^{(-+++)^2}$ , при  $\varepsilon \rightarrow 0$

## 8 КОМПОНЕНТЫ МЕТРИЧЕСКОГО ТЕНЗОРА

### 8.1 Тензор 4-деформаций $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности

Пусть исходное неискривленное метрико-динамическое состояние исследуемого участка *внешней* стороны  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности (т.е. усредненного субконта) характеризуется усредненной метрикой

$$ds_0^{(-)2} = g_{ij}^{(-)} dx^i dx^j \quad \text{с сигнатурой } (+---), \quad (8.1)$$

а искривленное состояние того же участка субконта задается усредненной метрикой

$$ds^{(-)2} = g_{ij}^{(-)} dx^i dx^j \quad \text{с той же сигнатурой } (+---). \quad (8.2)$$

Отличие искривленного состояния исследуемого участка субконта от его неискривленного состояния определяется разницей вида (7.23)

$$ds^{(-)2} - ds_0^{(-)2} = (g_{ij}^{(-)} - g_{ij0}^{(-)}) dx^i dx^j = 2\varepsilon_{ij}^{(-)} dx^i dx^j, \quad (8.3)$$

где

$$\varepsilon_{ij}^{(-)} = \frac{1}{2} (g_{ij}^{(-)} - g_{ij0}^{(-)}) \quad (8.4)$$

– тензор 4-деформаций локального участка субконта.

Относительное удлинение искривленного участка субконта равно [6]

$$l^{(-)} = \frac{ds^{(-)} - ds_0^{(-)}}{ds_0^{(-)}} = \frac{ds^{(-)}}{ds_0^{(-)}} - 1. \quad (8.5)$$

Откуда следует

$$ds^{(-)2} = (1 + l^{(-)})^2 ds_0^{(-)2}. \quad (8.6)$$

Подставляя (8.6) в (8.3) с учетом (8.4) имеем [6]

$$\varepsilon_{ij}^{(-)} = \frac{1}{2} [(1 + l^{(-)})^2 - 1] g_{ij0}^{(-)}, \quad (8.7)$$

или в развернутом виде

$$\varepsilon_{ij}^{(-)} = \frac{1}{2} [(1 + l_i^{(-)})(1 + l_j^{(-)}) \cos \beta_{ij}^{(-)} - \cos \beta_{ij0}^{(-)}] g_{ij0}^{(-)}, \quad (8.8)$$

где

$\beta_{ij0}^{(-)}$  – угол между осями  $x_i$  и  $x_j$  системы отсчета, «вмороженной» в исходное неискривленное состояние исследуемого участка субконта;

$\beta_{ij}^{(-)}$  – угол между осями  $x_i'$  и  $x_j'$  искаженной системы отсчета «вмороженной» в искривленное состояние того же участка субконта.

При  $\beta_{ij0}^{(-)} = \pi/2$  выражение (8.8) принимает вид

$$\varepsilon_{ij}^{(-)} = \frac{1}{2} [(1 + l_i^{(-)})(1 + l_j^{(-)}) \cos \beta_{ij}^{(-)} - 1] g_{ij0}^{(-)}. \quad (8.9)$$

Для диагональных компонентов тензора 4-деформаций  $\varepsilon_{ii}^{(-)}$  выражение (8.9) упрощается

$$\varepsilon_{ii}^{(-)} = \frac{1}{2} [(1 + l_i^{(-)})^2 - 1] g_{ii0}^{(-)}, \quad (8.10)$$

откуда следует [6]

$$l_i^{(-)} = \sqrt{1 + \frac{2\varepsilon_{ii}^{(-)}}{g_{ii}^{0(-)}}} - 1 = \sqrt{1 + \frac{g_{ii}^{(-)} - g_{ii}^{0(-)}}{g_{ii}^{0(-)}}} - 1 = \sqrt{\frac{g_{ii}^{(-)}}{g_{ii}^{0(-)}}} - 1. \quad (8.11)$$

Если деформации  $\varepsilon_{ij}^{(-)}$  малы, то, разложив выражение (8.11) в ряд, и, ограничившись первым членом данного ряда, получим относительное удлинение локального участка субконта

$$l_i^{(-)} \approx \frac{\varepsilon_{ii}^{(-)}}{g_{ii}^{0(-)}}. \quad (8.12)$$

Аналогично, деформация локального участка внутренней стороны  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности (усредненного антисубконта) определяется выражением

$$ds^{(+2)} - ds_0^{(+2)} = (g_{ij}^{(+)} - g_{ij0}^{(+)}) dx^i dx^j = 2\varepsilon_{ij}^{(+)} dx^i dx^j, \quad (8.13)$$

где

$$\varepsilon_{ij}^{(+)} = \frac{1}{2} (g_{ij}^{(+)} - g_{ij0}^{(+)}) \quad (8.14)$$

– тензор 4-деформаций локального участка антисубконта;

$$ds_0^{(+2)} = g_{ij0}^{(+)} dx^i dx^j \text{ с сигнатурой } (- + + +) \quad (8.15)$$

– метрика неискривленного состояния локального участка антисубконта;

$$ds^{(+2)} = g_{ij}^{(+)} dx^i dx^j \text{ с той же сигнатурой } (- + + +) \quad (8.16)$$

– метрика искривленного состояния локального участка антисубконта.

Относительное удлинение локальной области антисубконта определяется выражением

$$l^{(+)} = \frac{ds^{(+)} - ds^{0(+)}}{ds^{0(+)}} = \frac{ds^{(+)}}{ds^{0(+)}} - 1. \quad (8.17)$$

Определим тензор 4-деформаций двусторонней  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности как среднее [15]

$$\varepsilon_{ij}^{(\pm)} = \frac{1}{2} (\varepsilon_{ij}^{(+)} + \varepsilon_{ij}^{(-)}) = \frac{1}{2} (\varepsilon_{ij}^{(-+++)} + \varepsilon_{ij}^{(+---)}), \quad (8.18)$$

или, с учетом (8.4) и (8.14), получим

$$\varepsilon_{ij}^{(\pm)} = \frac{1}{2} (g_{ij}^{(+)} + g_{ij}^{(-)}) - \frac{1}{2} (g_{ij0}^{(+)} + g_{ij0}^{(-)}) = \frac{1}{2} (g_{ij}^{(+)} + g_{ij}^{(-)}), \quad (8.19)$$

т.к. согласно условию  $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса:

$$g_{ij0}^{(+)} + g_{ij0}^{(-)} = g_{ij0}^{(-+++)} + g_{ij0}^{(+---)} = 0.$$

Относительное удлинение локального участка двухсторонней  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности  $l_i^{(\pm)}$  в этом случае следует вычислять с помощью формулы [15]

$$l_i^{(\pm)} = \frac{1}{2} (l_i^{(+)} + l_i^{(-)}), \quad (8.20)$$

где

$$\begin{aligned} l_i^{(+)} &= \sqrt{1 + \frac{2\varepsilon_{ii}^{(\pm)}}{g_{ii}^{0(+)}}} - 1 = \sqrt{1 + \frac{g_{ii}^{(+)} + g_{ii}^{(-)}}{g_{ii}^{0(+)}}} - 1, \\ l_i^{(-)} &= \sqrt{1 + \frac{2\varepsilon_{ii}^{(\pm)}}{g_{ii}^{0(-)}}} - 1 = \sqrt{1 + \frac{g_{ii}^{(+)} + g_{ii}^{(-)}}{g_{ii}^{0(-)}}} - 1. \end{aligned} \quad (8.21)$$

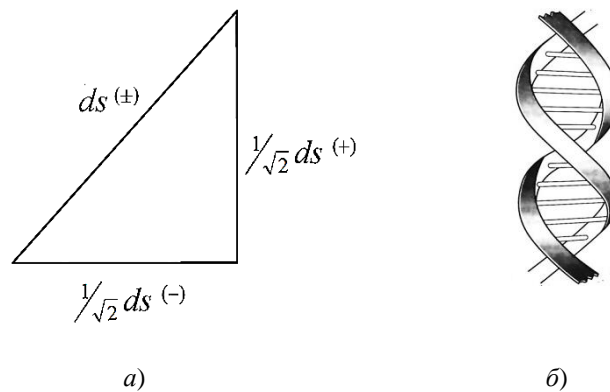
Поскольку в любом случае одна из компонент  $g_{ij0}^{(-)}$  или  $g_{ij0}^{(+)}$  является отрицательным числом, относительное удлинение (8.20) может оказаться комплексным числом.

В этой связи отметим следующее важное обстоятельство. Если обе стороны выражения (8.19) умножить на  $dx^i dx^j$ , то получим усредненную квадратичную форму [15]

$$ds^{(\pm)2} = \frac{1}{2}(ds^{(-)2} + ds^{(+2}), \quad (8.22)$$

которая напоминает теорему Пифагора  $c^2 = a^2 + b^2$ .

Это означает, что отрезки линий  $(\frac{1}{2})^{1/2} ds^{(-)}$  и  $(\frac{1}{2})^{1/2} ds^{(+)}$  всегда взаимно перпендикулярны по отношению друг к другу, т.е.  $ds^{(-)} \perp ds^{(+)}$  (рис. 8.1а). При этом две линии, направленные в одном и том же направлении, могут быть всегда взаимно перпендикулярны только в том случае, когда они образуют двойную спираль (рис. 8.1б).



**Рис. 8.1** а) Соотношение отрезков  $ds^{(-)}$  и  $ds^{(+)}$ ; б) Если спроецировать двойную спираль на плоскость, то в месте пересечения ее линии  $ds^{(-)}$  и  $ds^{(+)}$  всегда взаимно перпендикулярны

Таким образом, усредненная метрика (8.22) соответствует отрезку «жгута», состоящего из двух взаимно перпендикулярных спиралей  $s^{(-)}$  и  $s^{(+)}$ . При этом, так же как усредненное относительное удлинение (8.20), участок данной «двойной спирали» можно описать комплексным числом [15]

$$ds^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(ds^{(-)} + i ds^{(+)}), \quad (8.23)$$

квадрат модуля которого равен (8.22).



**Определение № 8.1.1** *k-жгут* – это результат усреднения интервалов с разными сигнатурами (где  $k$  – число усредняемых метрик, т.е. число «нитей» в «жгуте»).

В частности, усредненная метрика (8.22) называется 2-жгутом, так как она «скручена» из 2-х линий («нитей»):  $ds^{(-)} = ds^{(+---)}$  и  $ds^{(-)} = ds^{(-+++)}$ .

На следующем более глубинном 16-стороннем уровне рассмотрения метрико-динамические свойства локального участка  $2^6$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности характеризуются суперпозицией (т.е. аддитивным наложением или усреднением) шестнадцати интервалов со всеми 16-ю возможными сигнатурами, т.е. 16-жгутом [15]:

$$\begin{aligned}
 ds_{\Sigma}^2 = 1/16 & (ds^{(+---)^2} + ds^{(++++)^2} + ds^{(---+)^2} + ds^{(+--+)^2} + \\
 & + ds^{(---+)^2} + ds^{(++--)^2} + ds^{(-+-+)^2} + ds^{(+--+)^2} + \\
 & + ds^{(-+++)^2} + ds^{(----)^2} + ds^{(+++-)^2} + ds^{(-++-)^2} + \\
 & + ds^{(+++-)^2} + ds^{(-++-)^2} + ds^{(+--+)^2} + ds^{(-++-)^2} = 0.
 \end{aligned} \tag{8.24}$$

В этом случае имеем 16 тензоров 4-деформаций всех 16-ти типов 4-пространств

$$\mathcal{E}_{ij}^{(p)} = \begin{pmatrix} \mathcal{E}_{ij}^{(1)} & \mathcal{E}_{ij}^{(2)} & \mathcal{E}_{ij}^{(3)} & \mathcal{E}_{ij}^{(4)} \\ \mathcal{E}_{ij}^{(5)} & \mathcal{E}_{ij}^{(6)} & \mathcal{E}_{ij}^{(7)} & \mathcal{E}_{ij}^{(8)} \\ \mathcal{E}_{ij}^{(9)} & \mathcal{E}_{ij}^{(10)} & \mathcal{E}_{ij}^{(11)} & \mathcal{E}_{ij}^{(12)} \\ \mathcal{E}_{ij}^{(13)} & \mathcal{E}_{ij}^{(14)} & \mathcal{E}_{ij}^{(15)} & \mathcal{E}_{ij}^{(16)} \end{pmatrix}, \tag{8.25}$$

где

$$\mathcal{E}_{ij}^{(p)} = 1/2 (c_{ij}^{(p)} - c_{ij0}^{(p)}) \tag{8.26}$$

– тензор 4-деформаций  $p$ -го 4-пространства;

$c_{ij0}^{(p)}$  – метрический тензор неискривленного участка  $p$ -го 4 - пространства;

$c_{ij}^{(p)}$  – метрический тензор того же, но искривленного участка  $p$ -го 4 - пространства.

При 16-стороннем уровне рассмотрения общий тензор 4-деформаций  $\varepsilon_{ij(16)}$  локального участка  $2^6$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности равен

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij(16)} = 1/16 (\varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(2)} + \varepsilon_{ij}^{(3)} + \varepsilon_{ij}^{(4)} + \varepsilon_{ij}^{(5)} + \varepsilon_{ij}^{(6)} + \varepsilon_{ij}^{(7)} + \varepsilon_{ij}^{(8)} + \varepsilon_{ij}^{(9)} + \\ + \varepsilon_{ij}^{(10)} + \varepsilon_{ij}^{(11)} + \varepsilon_{ij}^{(12)} + \varepsilon_{ij}^{(13)} + \varepsilon_{ij}^{(14)} + \varepsilon_{ij}^{(15)} + \varepsilon_{ij}^{(16)}), \end{aligned} \quad (8.27)$$

а относительное удлинение локального участка «вакуума»  $l_{i(16)}$  в этом случае следует вычислять по формуле

$$l_{i(16)} = \eta_1 l_i^{(1)} + \eta_2 l_i^{(2)} + \eta_3 l_i^{(3)} + \dots + \eta_4 l_i^{(16)},$$

где

$$l_i^{(p)} = \sqrt{1 + \frac{2\varepsilon_{ii}^{(p)}}{c_{ii}^{0(p)}}} - 1. \quad (8.29)$$

где  $\eta_m$  (где  $m = 1, 2, 3, \dots, 16$ ) – ортонормированный базис объектов, удовлетворяющих антикоммутиационному соотношению алгебры Клиффорда

$$\eta_m \eta_n + \eta_n \eta_m = 2\delta_{mn}, \quad (8.30)$$

где  $\delta_{nm}$  – единичная  $16 \times 16$ -матрица.

При этом участок 16-жгута состоит из шестнадцати «нитей» [15]:

$$\begin{aligned} ds_{(16)} = \eta_1 ds^{(----)} + \eta_2 ds^{(++++)} + \eta_3 ds^{(---+)} + \eta_4 ds^{(+---)} + \\ + \eta_5 ds^{(----)} + \eta_6 ds^{(++--)} + \eta_7 ds^{(-+--)} + \eta_8 ds^{(+--+)} + \quad (8.31) \\ + \eta_9 ds^{(++++)} + \eta_{10} ds^{(----)} + \eta_{11} ds^{(+++ -)} + \eta_{12} ds^{(---+)} + \\ + \eta_{13} ds^{(++++)} + \eta_{14} ds^{(---+)} + \eta_{15} ds^{(++-+)} + \eta_{16} ds^{(+--+)} = 0. \end{aligned}$$

Если все линейные формы  $ds^{(----)}$ ,  $ds^{(++++)}$ , ...,  $ds^{(+--+)}$  удастся представить в диагональном виде, то в соответствии с (5.12) и (5.13) выражение (8.31) можно представить в спинтензорном виде

$$ds_{(16)} = \sqrt{g_{00}^{(1)}} dx_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \sqrt{g_{11}^{(1)}} dx_1 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + \sqrt{g_{22}^{(1)}} dx_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \sqrt{g_{33}^{(1)}} dx_3 \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} +$$



$$+ \sqrt{g_{00}^{(16)}} dx_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \sqrt{g_{11}^{(16)}} dx_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + \sqrt{g_{22}^{(16)}} dx_2 \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} + \sqrt{g_{33}^{(16)}} dx_3 \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}. \quad (8.32)$$

В рамках Алгебры сигнатур возможны значительно более глубокие  $2^n$ -сторонние уровни рассмотрения метрико-динамических свойств искривленного участка  $\lambda_{m,n}$ -вакуума, с увеличением количества компонент метрического тензора до бесконечности (смотрите иллюстрацию на рис. 8.2).



**Рис. 8.2** Фрактальная иллюстрация  $2^n$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуума на глубинном уровне рассмотрения

## 9 КИНЕМАТИКА ВАКУУМНЫХ СЛОЕВ

### 9.1 Кинематика слоев $\lambda_{m,n}$ -вакуума

Под кинематикой вакуумных слоев подразумевается такой раздел свето-геометрии вакуума, в котором перемещения (движения) различных сторон  $\lambda_{m,n}$ -вакуума рассматриваются независимо их деформации.

При более последовательном подходе, выполненном в [15], выясняется, что любые смещения (перемещения) локальной области каждого слоя  $\lambda_{m,n}$ -вакуума неминуемо сопровождаются его деформацией, и наоборот, деформация локальной области любого слоя  $\lambda_{m,n}$ -вакуума обязательно сопровождается его смещением (течением). Взаимосвязанные течения и деформации (т.е. 4-деформации) локальных участков  $\lambda_{m,n}$ -вакуума рассматриваются в разделе «Динамика  $\lambda_{m,n}$  - вакуумных слоев» [15].

В этой статье рассмотрены только кинематические модели поведения слоев  $\lambda_{m,n}$ -вакуума, которые, несмотря на вышеуказанные недостатки, позволяют теоретически предсказать ряд ранее неизвестных вакуумных эффектов, которые могут быть проверены на практике.

## 9.2 Ненулевые компоненты метрического тензора

Пусть метрико-динамические состояния двух 4-мерных сторон локального участка  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуума задаются интервалами (7.35) и (7.37) (рис. 7.2). Тогда ненулевые компоненты метрических тензоров (7.36) и (7.38)

$$g_{\alpha\beta}^{(+)} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & g_{11}^{(+)} & g_{21}^{(+)} & g_{31}^{(+)} \\ \dots & g_{12}^{(+)} & g_{22}^{(+)} & g_{31}^{(+)} \\ \dots & g_{13}^{(+)} & g_{23}^{(+)} & g_{33}^{(+)} \end{pmatrix}, \quad g_{\alpha\beta}^{(-)} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & g_{11}^{(-)} & g_{21}^{(-)} & g_{31}^{(-)} \\ \dots & g_{12}^{(-)} & g_{22}^{(-)} & g_{31}^{(-)} \\ \dots & g_{13}^{(-)} & g_{23}^{(-)} & g_{33}^{(-)} \end{pmatrix} \quad (9.1)$$

определяют локальную кривизну 3-мерной ячейки  $\lambda_{m,n}$ -вакуума. Здесь индексы греческого алфавита  $\alpha, \beta$  соответствуют 3-мерному рассмотрению (т.е.  $\alpha, \beta = 1,2,3$ ).

Скалярная кривизна 3-мерной ячейки  $\lambda_{m,n}$ -вакуума при двухстороннем рассмотрении в рамках Алгебры сигнатур определяется усредненным выражением [15]

$$R^{(\pm)} = \frac{1}{2} (R^{(-)} + R^{(+)}), \quad (9.2)$$

где скалярная кривизна каждой из двух сторон определяется так же, как в

ОТО

$$R^{(-)} = g^{(-)\alpha\beta} R_{\alpha\beta}^{(-)} \quad \text{и} \quad R^{(+)} = g^{(+)\alpha\beta} R_{\alpha\beta}^{(+)}, \quad (9.3)$$

где

$$R_{\alpha\beta} = \frac{\partial \Gamma_{\alpha\beta}^l}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma_{\alpha l}^l}{\partial x^\beta} + \Gamma_{\alpha\beta}^l \Gamma_{lm}^m - \Gamma_{\alpha l}^m \Gamma_{m\beta}^l \quad (9.4)$$

– тензор Риччи внешней (–), или внутренней (+) «стороны» локальной области  $\lambda_{m,n}$ -вакуума;

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\mu} \left( \frac{\partial g_{\mu\beta}}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial g_{\alpha\mu}}{\partial x^\beta} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^\mu} \right) \quad (9.5)$$

– символы Кристоффеля внешней (–), или внутренней (+) стороны локальной области  $\lambda_{m,n}$ -вакуума, где  $g^{\alpha\beta}$  это, соответственно,  $g^{(-)\alpha\beta}$  или  $g^{(+)\alpha\beta}$ .

Тензор 3-деформаций 3-мерной ячейки  $\lambda_{m,n}$ -вакуума в этом случае задается усредненным выражением [15]

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^{(\pm)} = 1/2 (\varepsilon_{\alpha\beta}^{(+)} + \varepsilon_{\alpha\beta}^{(-)}), \quad (9.6)$$

где

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^{(-)} = 1/2 (g_{\alpha\beta}^{(-)} - g_{\alpha\beta 0}^{(-)}) \quad (9.7)$$

– тензор 3-деформаций внешней стороны ячейки  $\lambda_{m,n}$ -вакуума;

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^{(+)} = 1/2 (g_{\alpha\beta}^{(+)} - g_{\alpha\beta 0}^{(+)}) \quad (9.8)$$

– тензор 3-деформаций внутренней стороны той же ячейки  $\lambda_{m,n}$ -вакуума.

Теория деформации локальной 3-мерной области (ячейки)  $\lambda_{m,n}$ -вакуума может быть развита по аналогии с теорией упругости обычных (атомистических) сплошных упруго-пластических сред [6] при учете двухстороннего (или  $2^n$ -стороннего) рассмотрения.

### 9.3 Нулевые компоненты метрического тензора

Для выяснения физического смысла нулевых компонент метрических тензоров (7.36) и (7.38)

$$g_{0j}^{(-)} = \begin{pmatrix} g_{00}^{(-)} & g_{10}^{(-)} & g_{20}^{(-)} & g_{30}^{(-)} \\ g_{01}^{(-)} & \dots & \dots & \dots \\ g_{02}^{(-)} & \dots & \dots & \dots \\ g_{03}^{(-)} & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}, \quad g_{i0}^{(+)} = \begin{pmatrix} g_{00}^{(+)} & g_{10}^{(+)} & g_{20}^{(+)} & g_{30}^{(+)} \\ g_{01}^{(+)} & \dots & \dots & \dots \\ g_{02}^{(+)} & \dots & \dots & \dots \\ g_{03}^{(+)} & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad (9.9)$$

воспользуемся кинематикой двухсторонней  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности.

Пусть исходное (неподвижное и неискривленное) состояние  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности задается совокупностью псевдоевклидовых метрик (4.33) и (4.35) (9.10)

$$\begin{cases} ds_0^{(-)2} = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = ds^{(-)'} ds^{(-)''} = c dt' c dt'' - dx' dx'' - dy' dy'' - dz' dz'', \\ ds_0^{(+2)} = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = ds^{(+)' } ds^{(+)' } = -c dt' c dt'' + dx' dx'' + dy' dy'' + dz' dz'', \end{cases}$$

где

$$ds^{(-)'} = c dt' + i dx' + j dy' + k dz' \quad - \text{личина субконта}; \quad (9.11)$$

$$ds^{(-)''} = c dt'' + i dx'' + j dy'' + k dz'' \quad - \text{изнанка субконта}; \quad (9.12)$$

$$ds^{(+)' } = -c dt' + i dx' + j dy' + k dz' \quad - \text{личина антисубконта}; \quad (9.13)$$

$$ds^{(+)' } = c dt'' - i dx'' - j dy'' - k dz'' \quad - \text{изнанка антисубконта}, \quad (9.14)$$

– аффинные агрегаты, в частности, кватернионы с таблицей умножения мнимых единиц, например, [9]

Таблица 9.1

	$i$	$j$	$k$
$i$	$-1$	$k$	$-j$
$j$	$-k$	$-1$	$i$
$k$	$j$	$-i$	$-1$

Рассмотрим четыре кинематических случая:

1). Пусть в первом случае *личина* и *изнанка* внешней и внутренней сторон  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуума двигаются относительно исходного неподвижного состояния вдоль оси  $x$  с одной и той же скоростью  $v_x$ , но в разных направлениях. Это формально описывается преобразованием координат [3, 4]:

$$t' = t, \quad x' = x + v_x t, \quad y' = y, \quad z' = z \quad - \text{для личины}; \quad (9.15)$$

$$t'' = t, \quad x'' = x - v_x t, \quad y'' = y, \quad z'' = z \quad - \text{для изнанки}. \quad (9.16)$$

Равенство модулей скоростей движения  $v_x$  *личины* и *изнанки* обусловлены условием  $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса, которое требует, чтобы каждому движению в  $\lambda_{m,n}$ -вакууме соответствовало адекватное антидвижение.

Продифференцировав (9.15) и (9.16), и подставив результаты дифференцирования в метрики (9.10), получим совокупность метрик

$$\left\{ \begin{aligned} ds^{(-)2} &= (1 + v_x^2/c^2)c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2; \end{aligned} \right. \quad (9.17)$$

$$\left\{ \begin{aligned} ds^{(+2)} &= -(1 + v_x^2/c^2)c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2, \end{aligned} \right. \quad (9.18)$$

описывающих кинематику совместного движения внешней стороны (субконта) и внутренней стороны (антисубконта)  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности, при соблюдении условия

$$ds^{(-)2} + ds^{(+2)} = 0.$$

Нулевые компоненты метрических тензоров (9.9) в этом случае равны

$$g_{0j}^{(-)} = \begin{pmatrix} 1 + v_x^2/c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}, \quad g_{i0}^{(+)} = \begin{pmatrix} -1 - v_x^2/c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}. \quad (9.19)$$

2). Во втором случае, пусть *личина* и *изнанка* субконта и антисубконта двигаются относительно их исходного неподвижного состояния в одном и том же направлении – вдоль оси  $x$  с одной и той же скоростью  $v_x$ . Это формально описывается преобразованиями координат [3, 4]:

$$t' = t, \quad x' = x - v_x t, \quad y' = y, \quad z' = z \quad - \text{для «личины»}; \quad (9.20)$$

$$t'' = t, \quad x'' = x - v_x t, \quad y'' = y, \quad z'' = z \quad - \text{для «изнанки»}. \quad (9.21)$$

Продифференцировав (9.20) и (9.21) и подставив результаты дифференцирования в метрики (9.10), получим совокупность метрик:

$$\left\{ \begin{aligned} ds^{(-)2} &= (1 - v_x^2/c^2)c^2 dt^2 + v_x dx dt + v_x dt dx - dx^2 - dy^2 - dz^2, \end{aligned} \right. \quad (9.22)$$

$$\left\{ \begin{aligned} ds^{(+2)} &= -(1 - v_x^2/c^2)c^2 dt^2 - v_x dx dt - v_x dt dx + dx^2 + dy^2 + dz^2. \end{aligned} \right. \quad (9.23)$$



В этом случае  $\lambda_{m,n}$ -вакуумный баланс также соблюдается, т.к.  $ds^{(-)2} + ds^{(+ )2} = 0$ , но возникают дополнительные перекрестные слагаемые  $v_x dxdt$ .

Нулевые компоненты метрических тензоров (9.9) во втором случае равны

$$g_{0j}^{(-)} = \begin{pmatrix} 1 - v_x^2/c^2 & v_x & 0 & 0 \\ v_x & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}, \quad g_{i0}^{(+)} = \begin{pmatrix} -1 + v_x^2/c^2 & -v_x & 0 & 0 \\ -v_x & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}. \quad (9.24)$$

3) Пусть *личина* и *изнанка* субконта и антисубконта (т. е. внешней и внутренней сторон  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности) вращаются вокруг оси  $z$  в одном и том же направлении с угловой скоростью  $\Omega$ . Это описывается посредством замены переменных:

$$t' = t, \quad x' = x \cos \Omega t - y \sin \Omega t, \quad z' = z, \quad y' = x \sin \Omega t + y \cos \Omega t, \quad (9.25)$$

$$t'' = t, \quad x'' = x \cos \Omega t - y \sin \Omega t, \quad z'' = z, \quad y'' = x \sin \Omega t + y \cos \Omega t.$$

Продифференцировав (9.25) и подставив результаты дифференцирования в метрики (9.10), получим метрики [3]

$$\begin{cases} ds^{(-)2} = [1 - (\Omega^2/c^2)(x^2 + y^2)]c^2 dt^2 + 2\Omega y dxdt - 2\Omega x dydt - dx^2 - dy^2 - dz^2, \\ ds^{(+ )2} = -[1 - (\Omega^2/c^2)(x^2 + y^2)]c^2 dt^2 - 2\Omega y dxdt + 2\Omega x dydt + dx^2 + dy^2 + dz^2. \end{cases} \quad (9.26)$$

В цилиндрических координатах

$$\rho^2 = x^2 + y^2, \quad z = z, \quad t = t, \quad \varphi = \arctg(y/x) - \Omega t. \quad (9.27)$$

интервалы (9.26) приобретают вид

$$\begin{cases} ds^{(-)2} = (1 - \rho^2 \Omega^2/c^2) c^2 dt^2 - \rho^2 \Omega/c d\varphi dt - \rho^2 \Omega/c dt d\varphi - d\rho^2 - \rho^2 d\varphi^2 - dz^2, \\ ds^{(+ )2} = -(1 - \rho^2 \Omega^2/c^2) c^2 dt^2 + \rho^2 \Omega/c d\varphi dt + \rho^2 \Omega/c dt d\varphi + d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2 + dz^2. \end{cases} \quad (9.28)$$

При этом соблюдается  $\lambda_{m,n}$ -вакуумный баланс  $ds^{(-)2} + ds^{(+ )2} = 0$ , а нулевые компоненты метрических тензоров (9.9) равны

$$g_{0j}^{(-)} = \begin{pmatrix} 1 - \rho^2 \Omega^2 / c^2 & -\rho^2 \Omega / c & 0 & 0 \\ -\rho^2 \Omega / c & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}, \quad g_{0i}^{(+)} = \begin{pmatrix} -1 + \rho^2 \Omega^2 / c^2 & \rho^2 \Omega / c & 0 & 0 \\ \rho^2 \Omega / c & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}. \quad (9.29)$$

4) Также может быть рассмотрен случай, когда *личина* и *изнанка* субконта и антисубконта вращаются во взаимно противоположных направлениях с угловой скоростью  $\Omega$ . Это описывается посредством замены переменных:

$$t' = t, \quad x' = x \cos \Omega t - y \sin \Omega t, \quad z' = z, \quad y' = x \sin \Omega t + y \cos \Omega t, \quad (9.30)$$

$$t'' = t, \quad x'' = -x \cos \Omega t + y \sin \Omega t, \quad z'' = z, \quad y'' = -x \sin \Omega t - y \cos \Omega t. \quad (9.31)$$

и приводит к аналогичным результатам.

Из рассмотренных кинематических примеров видно, что нулевые компоненты метрического тензора (9.9) связаны с поступательным и/или вращательным движением различных слоев  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуума.

Состояние движения локального 3-мерного участка  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуума характеризуется усредняемыми нулевыми компонентами метрического тензора

$$g_{i0}^{(\pm)} = \frac{1}{2} (g_{i0}^{(+)} + g_{i0}^{(-)}). \quad (9.32)$$

Во всех четырех рассмотренных случаях усредненные нулевые компоненты метрического тензора (9.32) равны нулю  $g_{i0}^{(\pm)} = \frac{1}{2} (g_{i0}^{(+)} + g_{i0}^{(-)}) = 0$ . Это означает, что внутри локального 3-мерного участка  $\lambda_{m,n}$ -вакуума могут протекать взаимно противоположные внутривакуумные процессы, но, в целом этот участок остается неподвижным.

Тем не менее, возможны случаи, когда внутривакуумные процессы за счет фазовых сдвигов могут компенсировать друг друга не локально, а глобально. В этом случае локальный 3-мерный участок  $\lambda_{m,n}$ -вакуума может

участвовать (как целое) в некотором замысловатом замкнутом движении. Рассмотрим такой случай на конкретном примере.

Пусть в некотором локальном участке  $\lambda_{m,n}$ -вакуума кинематика внутривакуумных процессов такова, что

$$t' = t, \quad x' = x + v_{1x}t, \quad y' = y, \quad z' = z \quad \text{— для личины субконта;} \quad (9.33)$$

$$t'' = t, \quad x'' = x - v_{2x}t, \quad y'' = y, \quad z'' = z \quad \text{— для изнанки субконта;} \quad (9.34)$$

$$t' = t, \quad x' = x + v_{3x}t, \quad y' = y, \quad z' = z \quad \text{— для личины антисубконта;} \quad (9.35)$$

$$t'' = t, \quad x'' = x - v_{4x}t, \quad y'' = y, \quad z'' = z \quad \text{— для изнанки антисубконта,} \quad (9.36)$$

где  $v_{1x} \neq v_{2x} \neq v_{3x} \neq v_{4x}$ , но соблюдается общий баланс движения

$$v_{1x} - v_{2x} + v_{3x} - v_{4x} = 0. \quad (9.37)$$

В этом случае внешняя и внутренняя стороны  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности (субконта и антисубконта) описываются совокупностью метрик

$$\begin{cases} ds^{(-)2} = (1 + v_{1x}v_{2x}/c^2)c^2 dt^2 - v_{1x}dt dx + v_{2x}dx dt - dx^2 - dy^2 - dz^2; & (9.38) \\ ds^{(+ )2} = -(1 + v_{3x}v_{4x}/c^2)c^2 dt^2 + v_{3x}dt dx - v_{4x}dx dt + dx^2 + dy^2 + dz^2, & (9.39) \end{cases}$$

при этом не равные нулю усредненные нулевые компоненты метрического тензора (9.32) равны

$$g_{00}^{(\pm)} = (v_{1x}v_{2x} - v_{3x}v_{4x})/2c^2, \quad g_{01}^{(\pm)} = (v_{3x} - v_{1x})/2, \quad g_{10}^{(\pm)} = (v_{2x} - v_{4x})/2 \quad (9.40)$$

$$\text{при} \quad (v_{1x} + v_{3x}) - (v_{2x} + v_{4x}) = 0. \quad (9.41)$$

Это означает, что рассматриваемый 3-мерный локальный участок  $\lambda_{m,n}$ -вакуума участвует в замысловатом движении вдоль оси  $x$  при формальном соблюдении  $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса в отношении полного количества движения (9.37).

Технические возможности создавать и управлять внутри-вакуумными течениями рассматриваются в разделах П14.6 - П14.7 [15].

#### 9.4 Предельная скорость перемещения слоев $\lambda_{m,n}$ -вакуума

Рассмотрим метрику (9.22)

$$ds^{(-)2} = (1 - v_x^2/c^2)c^2 dt^2 + 2v_x dx dt - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (9.42)$$

Выделим в (9.42) полный квадрат

$$ds^{(-)2} = dt^2 \left[ c \sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}} - \frac{v_x}{cdt} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}} \right]^2 - \frac{dx^2}{1 - \frac{v_x^2}{c^2}} - dy^2 - dz^2 \quad (9.43)$$

и введем обозначения

$$c' = c \sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}} - \frac{v_x}{cdt} \frac{x}{\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}},$$

$$t' = t, \quad x' = \frac{x}{\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z. \quad (9.44)$$

В этих обозначениях метрика (9.42) принимает вид

$$ds^{(-)2} = c'^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2. \quad (9.45)$$

Физический смысл выражений (9.43) – (9.45) в корне отличается от аксиоматики СТО и ОТО А. Эйнштейна [1], поэтому требуется дополнительное разъяснение. Постулат Эйнштейна о постоянстве скорости света в вакууме остается неизменным. Но, если участок одной из сторон  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности движется как целое со скоростью  $v_x$  [смотрите (9.20) – (9.23)], то для стороннего неподвижного наблюдателя, прямой луч света будет распространяться со скоростью

$$c' = c \sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}} - \frac{v_x}{cdt} \frac{x}{\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}}. \quad (9.46)$$

Это подобно тому, как неподвижный наблюдатель измеряет скорость распространения волн, распространяющихся по движущейся поверхности

реки. Такой наблюдатель обнаружит, что скорость распространения волновых возмущений зависит от скорости течения реки, тогда как относительно самой воды скорость распространения волн остается неизменной, и зависит только от свойств самой воды (ее плотности, температуры, примесей и т.д.).

Из выражений (9.46) следует, что в случае (9.20) – (9.23) скорость распространения *внешней* стороны  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности (субконта) не может превысить скорость света. При малых скоростях ( $v_x \ll c$ ) для стороннего наблюдателя скорость  $c'$  оказывается несколько меньшей скорости

$$\text{света } c' = c - \frac{v_x x}{cdt}.$$

Таким образом, для случая (9.20) – (9.23), несмотря на то, что интерпретации математического аппарата Алгебры сигнатур и СТО отличаются, основные физические выводы остаются прежними.

Однако для случая (9.15) – (9.18) дело обстоит по-другому. Рассмотрим данный вариант внутривакуумных процессов на примере движения субконта, описываемого метрикой (9.17)

$$ds^{(-)2} = (1 + v_x^2/c^2)c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (9.47)$$

В этом случае введение обозначений

$$c' = c \sqrt{1 + \frac{v_x^2}{c^2}}, \quad t' = t, \quad x' = x, \quad y' = y, \quad z' = z. \quad (9.48)$$

приводит метрику (9.47) к инвариантному виду (9.45), но никаких ограничений на встречные скорости движения  $v_x$  *личины* и *изнанки* субконта не возникает. Данное обстоятельство требует отдельного подробного рассмотрения, поскольку оно допускает возможность организации сверхсветовых внутривакуумных каналов связи.

## 9.5 Инертные свойства слоев $\lambda_{m,n}$ -вакуума

Вернемся к рассмотрению метрик (9.10)

$$ds^{(+---)2} = ds^{(-)2} = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \quad (9.49)$$

$$ds^{(-+++ )2} = ds^{(+ )2} = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2. \quad (9.50)$$

Вынесем величину  $c^2 dt^2$  в правых частях этих метрик за скобки

$$ds^{(-)2} = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right), \quad (9.51)$$

$$ds^{(+ )2} = -c^2 dt^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right), \quad (9.52)$$

где  $v = (dx^2 + dy^2 + dz^2)^{1/2}/dt = dl/dt$  – 3-мерная скорость.

Извлечем корень из двух сторон получившихся выражений (9.51) и (9.52). В результате, согласно условным обозначениям (9.11) – (9.14), получим

$$ds^{(-)'} = c dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{– для личины субконта;} \quad (9.53)$$

$$ds^{(-)''} = -c dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{– для изнанки субконта;} \quad (9.54)$$

$$ds^{(+)' } = i c dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{– для личины антисубконта;} \quad (9.55)$$

$$ds^{(+)' } = -i c dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{– для изнанки антисубконта.} \quad (9.56)$$

Для примера, рассмотрим 4-мерный вектор скорости *личины* субконта

$$u_i^{(-)} = dx^i / ds^{(-)'}. \quad (9.57)$$

Подставляя (9.53) в (9.57), получим компоненты 4-скорости [3]

$$u_i^{(-)} = \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \frac{v_x}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \frac{v_y}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \frac{v_z}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right]. \quad (9.58)$$

Пусть *личина* субконта движется только в направлении оси  $x$ , тогда ее 4-скорость имеет компоненты

$$u_i^{(-)} = \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}}, \frac{v_x}{c\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}}, 0, 0 \right]. \quad (9.59)$$

Определим теперь 4-ускорение *личины* субконта [3, 4]

$$\frac{du_i^{(-)}}{cdt} = \left[ \frac{d}{cdt} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}} \right), \frac{d}{cdt} \left( \frac{v_x}{c\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}} \right), 0, 0 \right] \quad (9.60)$$

и рассмотрим только его  $x$ -составляющую

$$\frac{du_x^{(-)}}{cdt} = \frac{d}{cdt} \left( \frac{v_x}{c\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}} \right), \quad (9.61)$$

где величина

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{v_x}{\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}} \right) = a_x^{(-)} \quad (9.62)$$

имеет размерность  $x$ -компоненты 3-мерного ускорения.

В левой части (9.62) выполним операцию дифференцирования [4]

$$a_x^{(-)} = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}} + \frac{v_x^2}{c^2 \left(1 - \frac{v_x^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \right) \frac{dv_x}{dt} \quad (9.63)$$

и введем обозначение

$$dv_x/dt = a_x^{(-)'} \quad (9.64)$$

При этом выражение (9.63) принимает вид

$$a_x^{(-)} = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}} + \frac{v_x^2}{c^2 \left(1 - \frac{v_x^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \right) a_x^{(-)'}, \quad (9.65)$$

где  $a_x^{(-)}$  – актуальное ускорение участка *личины* субконта, учитывающее ее инертные свойства;

$a_x^{(-)'}$  – идеальное ускорение того же участка *личины* субконта.

Представим выражение (9.65) в следующем виде

$$a_x^{(-)} = \mu_x^{(-)} a_x^{(-)'}, \quad (9.66)$$

где

$$\mu_x^{(-)} = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}} + \frac{v_x^2}{c^2 \left(1 - \frac{v_x^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (9.67)$$

– безразмерный коэффициент инертности, связывающий актуальное и идеальное ускорения изучаемого локального участка *личины* субконта, и показывающий, как изменяется инертность (т. е. сопротивляемость изменению состояния движения) этого участка при изменении скорости его движения.

Из выражения (9.67) следует, что при  $v_x = 0$  коэффициент инертности  $\mu_x^{(-)} = 1$  и  $a_x^{(-)} = a_x^{(-)'}$ . Это означает, что участок *личины* субконта не оказывает никакого сопротивления началу его движения. При приближении  $v_x$  к скорости света  $c$  коэффициент инертности  $\mu_x^{(-)}$  стремится к бесконечности, при этом дальнейшее ускорение *личины* субконта становится невозможным.

Выражение (9.66) является безмассовым аналогом второго закона Ньютона

$$F_x = m a_x', \quad (9.68)$$



где  $F_x$  – компонента вектора силы;  $m$  – масса тела;  $a_x'$  – компонента его идеального ускорения.

Сравнивая (9.66) и (9.68), обнаруживаем, что в  $\lambda_{m,n}$ -вакуумной динамике безмассовый коэффициент инертности  $\mu_x^{(-)}$  локального участка *личины* субконта является аналогом плотности инертной массы сплошной среды в пост-ньютоновской физике.

Последовательной подстановкой интервалов (9.54) – (9.56) в выражение (9.57) аналогично могут быть получены коэффициенты инертности  $\mu_x^{(-)''}$ ,  $\mu_x^{(+)}$ ,  $\mu_x^{(+)''}$  для трех остальных аффинных слоев  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности. Общий коэффициент инертности локального участка  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности является функцией от всех четырех коэффициентов инертности

$$\mu_x^{(\pm)} = f(\mu_x^{(-)'}, \mu_x^{(-)''}, \mu_x^{(+)'}, \mu_x^{(+)''}) \quad (9.69)$$

Явный вид этой функции определяется при последовательном изложении  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной динамики (смотрите [15]).

## 9.6 Кинематика разрыва локального участка «вакуума»

*«Во многой мудрости много печали;  
и кто умножает познание,  
умножает скорбь» Екклесиаст*

Светогеометрия вакуума открывает большие возможности по развитию «нулевых» (вакуумных) технологий. Математический аппарат Алгебры сигнатур позволяет спрогнозировать ряд вакуумных эффектов, которые в принципе не могут быть предсказаны современной «односторонней» физикой.

Например, Алсигна указывает на возможность того, что вакуум можно: «замораживать», «испарять», «искусственно искривлять», «разрывать» и т.д. Однако все эти направления исследований таят в себе опасность колоссальных разрушений и социальных потрясений. Поэтому, параллельно с развитием «нулевых» технологий необходимо переосмыслить религиозно - фило-

софские аспекты современной научной мысли, развить «Вакуумную Этику», «Вакуумную Эстетику» и «Вакуумную Психологию».

О «нулевых» (вакуумных) технологиях можно будет говорить более детально после изложения  $\lambda_{m+n}$ -вакуумной динамики (смотрите [15]).

В этой статье рассмотрим только кинематические аспекты возможности «разрыва» локального участка «вакуума».

Проинтегрируем выражение (9.62) [4]:

$$\frac{v_x}{\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}} = a_x t + const. \quad (9.70)$$

Интегрируя выражение (9.70) еще раз, и полагая  $x_0 = 0$  при  $t = 0$ , получим следующее изменение протяженности *личины* субконта вдоль оси  $x$  при ее ускоренном движении [4]:

$$x - x_0 = \Delta x = \frac{c^2}{a_x} \left( \sqrt{1 + \frac{a_x^2 t^2}{c^2}} - 1 \right).$$

Пусть исходное (т.е. неподвижное) состояние локального участка субконта задается интервалом (9.49)

$$ds^{(-)2} = c^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2. \quad (9.71)$$

Равноускоренное движение данного участка вдоль оси  $x$  формально задается преобразованием координат [4]:

$$t' = t, \quad x' = x + \Delta x = x + \frac{c^2}{a_x} \left( \sqrt{1 + \frac{a_x^2 t^2}{c^2}} - 1 \right), \quad y' = y, \quad z' = z. \quad (9.72)$$

Дифференцируя координаты (9.72), и подставляя результаты дифференцирования в (9.71), получим метрику [4]

$$ds_a^{(-)2} = \frac{c^2 dt^2}{1 + \frac{a_x^2 t^2}{c^2}} - \frac{2a_x t dt dx}{\sqrt{1 + \frac{a_x^2 t^2}{c^2}}} - dx^2 - dy^2 - dz^2, \quad (9.73)$$

описывающую равноускоренное движение локального участка субконта (т.е. *внешней* стороны  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности) в направлении оси  $x$ .

Если в этой же области субконта создать дополнительное течение с равнозамедленным движением, т.е. с отрицательным ускорением

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{v_x}{\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}} \right) = -a_x, \quad (9.74)$$

то, проделывая математические выкладки аналогичные (9.70) – (9.73) получим метрику

$$ds_b^{(-)2} = \frac{c^2 dt^2}{1 - \frac{a_x^2 t^2}{c^2}} - \frac{2a_x t dt dx}{\sqrt{1 - \frac{a_x^2 t^2}{c^2}}} - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (9.75)$$

При этом среднее метрико-динамическое состояние локального участка субконта будет характеризоваться усредненной метрикой

$$\langle ds^{(-)} \rangle^2 = \frac{1}{2} (ds_a^{(-)2} + ds_b^{(-)2}) = \quad (9.76)$$

$$= \frac{c^2 dt^2}{1 - \frac{a_x^4 t^4}{c^4}} - \frac{a_x t \left( \sqrt{1 - \frac{a_x^2 t^2}{c^2}} + \sqrt{1 + \frac{a_x^2 t^2}{c^2}} \right) dt dx}{\sqrt{1 - \frac{a_x^4 t^4}{c^4}}} - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

с сигнатурой (+ ---). Откуда видим, что при

$$\frac{a_x^4 t^4}{c^4} = 1, \quad \text{или} \quad |a_x/t| = c \quad \text{или} \quad |a_x| = c / \Delta t, \quad (9.77)$$

первое и второе слагаемые в усредненной метрике (9.76) обращаются в бесконечность. Данную сингулярность можно интерпретировать как «разрыв» исследуемого участка субконта (т.е. *внешней* стороны  $2^3$ - $\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности).

«Разрыв» субконта – это неполное действие. Для полного «разрыва» локального участка  $2^3\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуумной протяженности необходимо «порвать» и ее *внутреннюю* сторону, описываемую метрикой (9.50) с сигнатурой  $(-+++)$ . Для этого необходимо в антисубконте той же области  $2^3\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума создать аналогичные равноускоренные и равнозамедленные течения, чтобы его среднее состояние определялось усредненной метрикой [15]

$$\langle ds^{(+)} \rangle^2 = \frac{1}{2} (ds_a^{(+2)} + ds_b^{(+2)}) = \quad (9.78)$$

$$= -\frac{c^2 dt^2}{1 - \frac{a_x^4 t^4}{c^4}} + \frac{a_x t \left( \sqrt{1 - \frac{a_x^2 t^2}{c^2}} + \sqrt{1 + \frac{a_x^2 t^2}{c^2}} \right) dt dx}{\sqrt{1 - \frac{a_x^4 t^4}{c^4}}} + dx^2 + dy^2 + dz^2,$$

с сигнатурой  $(-+++)$ , которая «рвется» при тех же условиях

$$\frac{a_x^4 t^4}{c^4} = 1, \text{ или } |a_x/t| = c, \text{ или } |a_x| = c/\Delta t. \quad (9.79)$$

Усреднение метрик (9.76) и (9.78) приводит к выполнению вакуумного условия

$$\langle\langle ds \rangle\rangle^2 = \frac{1}{2} (\langle ds^{(+)} \rangle^2 + \langle ds^{(-)} \rangle^2) = 0, \quad (9.80)$$

которое в данной ситуации эквивалентно третьему закону Ньютона: – «действие равно противодействию»

$$F_x^{(+)} - F_x^{(-)} = m a_x^{(+)} - m a_x^{(-)} = a_x^{(+)} - a_x^{(-)}. \quad (9.81)$$

То есть процесс «разрыва» локального участка  $\lambda_{m,n}$ -вакуума аналогичен разрыву обычного (атомистического) твердого тела, к которому с двух его сторон приложены достаточно большие равные силы, точнее ускорения.

Не исключено, что описанные выше условия «разрыва»  $\lambda_{m,n}$ -вакуума складываются при столкновении элементарных частиц, разогнанных на ускорителе. Возможно, что сильное соударение частиц приводит к возникновению паутины вакуумных «трещин», при этом замкнувшиеся трещины

разлетаются в виде множества новых «частиц» и «античастиц» (подобно осколкам разбитого стекла).

## 10 ВЫВОДЫ

В статье предложен метод исследования локального объема идеального вакуума (т.е. пустого пространства, в котором полностью отсутствуют какие-либо частицы) посредством зондирования его лучами света, направленными с трех взаимно перпендикулярных направлений.

В результате такого зондирования в вакууме образуется 3-мерная объемная решетка (т.е. 3D-ландшафт), состоящая из лучей света. Данный 3-мерный ландшафт назван  $\lambda_{m,n}$ -вакуумом, где  $\lambda_{m,n}$  – это длина волны зондирующих лучей, взятая из поддиапазона  $\Delta\lambda = 10^m \div 10^n$  см.

Таких  $\lambda_{m,n}$ -вакуумов в исследуемом объеме «вакуума» может быть выявлено бесконечное количество в зависимости от длины волны  $\lambda_{m,n}$  зондирующих лучей. Однако все  $\lambda_{m,n}$ -вакуумы подчиняются одним и тем же закономерностям, поэтому в статье подробно исследуется только один из них.

Анализ свойств  $\lambda_{m,n}$ -вакуума привел к развитию Алгебры сигнатур. Перечислим основные особенности и отличия данной математической конструкции от математического аппарата известных теорий:

1. В теории упругости, механике сплошных сред и в общей теории относительности рассматривается только одна метрика, например,

$$ds^{(+---)2} = g_{ij}^{(-)} dx^i dx^j \text{ с сигнатурой } (+---), \quad (10.1)$$

определяющая метрико-динамическое состояние локальной области только одной стороны сплошной среды (в частности, пустого пространства, т.е. «вакуума»), что в ряде случаев приводит к парадоксам. Тогда как в Алгебре сигнатур учитывается совокупность 16-и всевозможных метрик (7.29)

$$\begin{array}{cccc} ds^{(+---)2} & ds^{(++++)2} & ds^{(---+)2} & ds^{(+--+ )2} \\ ds^{(--++)2} & ds^{(++-- )2} & ds^{(-+-- )2} & ds^{(+--+ )2} \end{array} \quad (10.2)$$

$$\begin{aligned}
 & ds^{(-+++)^2} \quad ds^{(----)^2} \quad ds^{(+++ -)^2} \quad ds^{(-++-)^2} \\
 & ds^{(++-+)^2} \quad ds^{(-+++)^2} \quad ds^{(+--+)^2} \quad ds^{(-+-+)^2},
 \end{aligned}$$

с 16-ю соответствующими сигнатурами (или топологиями) (4.28), которые удовлетворяют условию  $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса:

$$\begin{aligned}
 0 &= \underline{(0 \ 0 \ 0 \ 0)} & + & \underline{(0 \ 0 \ 0 \ 0)} & = 0 \\
 0 &= (+ \ + \ + \ +) & + & (- \ - \ - \ -) & = 0 \\
 0 &= (- \ - \ - \ +) & + & (+ \ + \ + \ -) & = 0 \\
 0 &= (+ \ - \ - \ +) & + & (- \ + \ + \ -) & = 0 \\
 0 &= (- \ - \ + \ -) & + & (+ \ + \ - \ +) & = 0 \\
 0 &= (+ \ + \ - \ -) & + & (- \ - \ + \ +) & = 0 \\
 0 &= (- \ + \ - \ -) & + & (+ \ - \ + \ +) & = 0 \\
 0 &= (+ \ - \ + \ -) & + & (- \ + \ - \ +) & = 0 \\
 0 &= \underline{(- \ + \ + \ +)} & + & \underline{(+ \ - \ - \ -)} & = 0 \\
 0 &= (0 \ 0 \ 0 \ 0)_+ & + & (0 \ 0 \ 0 \ 0)_+ & = 0
 \end{aligned} \tag{10.3}$$

2. Из ранжирного выражения (10.3) при соблюдении требований условия  $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса вытекает ранжирное выражение (4.32)

$$\begin{aligned}
 (+ \ + \ + \ +) & + (- \ - \ - \ -) & = 0 \\
 (- \ - \ - \ +) & + (+ \ + \ + \ -) & = 0 \\
 (+ \ - \ - \ +) & + (- \ + \ + \ -) & = 0 \\
 (- \ - \ + \ -) & + (+ \ + \ - \ +) & = 0 \\
 (+ \ + \ - \ -) & + (- \ - \ + \ +) & = 0 \\
 (- \ + \ - \ -) & + (+ \ - \ + \ +) & = 0 \\
 \underline{(+ \ - \ + \ -)} & + \underline{(- \ + \ - \ +)} & = 0 \\
 (+ \ - \ - \ -)_+ & + (- \ + \ + \ +)_+ & = 0.
 \end{aligned}$$

которое приводит к необходимости выдвижения гипотезы о том, что у «вакуума» имеется как минимум две стороны:

- внешняя сторона с сигнатурой 4-пространства Минковского (+ - - -), и
- внутренняя сторона с противоположной сигнатурой 4-антипространства Минковского (- + + +).

3. В рамках Алгебры сигнатур имеют место два типа  $\lambda_{m,n}$ -вакуумов (коммутативный и антикоммутативный) и два аналогичных типа  $\lambda_{m,n}$  - антивакуумов с правилами умножения знаков (4.11) – (4.18). Предполагается, что совместное рассмотрение  $\lambda_{m,n}$ -вакуумов и  $\lambda_{m,n}$ -антивакуумов значительно расширит возможности теории.

4. Многомерное пространство Алгебры сигнатур суперсимметрично, т.к. в каждой точке данного единого многообразия задаются как коммутативные, так и антикоммутативные операции над множествами знаков и чисел. Между многомерным, суперсимметричным и Риччи плоским пространством Алгебры сигнатур и многообразиями Калаби - Яу прослеживается явная аналогия.

Учет полного набора метрик (10.2) позволяет наметить пути решения ряда задач, которые ранее не поддавались решению. Например, в рамках геометризированной физики вакуума, развиваемой на основании Алгебры сигнатур, удастся предложить теоретическую подоснову для развития «нулевых» (т.е. вакуумных) технологий, таких как: «передача информации по сверхсветовым каналам связи», «уплотнение каналов связи на основании спектрально-сигнатурного (цветного) Фурье анализа», «использования внутривакуумных течений для перемещения в пространстве», «извлечение свободной энергии из вакуума» и т. д [13,14,15].

Формальный математический аппарат Алгебры сигнатур (дифференциальная, мультисигнатурная, поперечно и продольно расслоённая, суперсимметричная и бесконечномерная светогеометрия) все более и более усложнятся по мере приближения к изучению глубинных свойств пустоты. Но изначально в Алгебре сигнатур предусмотрены алгоритмы свертывания множества дополнительных измерений и топологических наслоений до описания метрико-динамических свойств 3-мерного объема «вакуума».

Постоянное соблюдение «условий  $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса», может

позволить Алгебре сигнатур избежать парадоксов, характерных для всех «односторонних» теорий.

По мнению автора, формальный математический аппарат Алгебры сигнатур создает логическую платформу для планирования экспериментов, касающихся изучения вакуумных эффектов и выполнения действий над «вакуумом», как над реальным объектом исследований.

## 10 ВЫВОДЫ

Свето-геометрию вакуума, развиваемую на основании Алгебры сигнатур следовало бы назвать «пустометрией», поскольку исследуется «Пустота», а не *Гезя* (др.-греч. Γῆ, Γᾶ, Γαῖα – Земля).

Вместе с тем, развиваемая здесь теория полностью пригодна и для исследования сплошных атомистических сред (таких как газы, жидкости и твердые тела), только данные среды следует зондировать не лучами света, а лучами звуковых волн, которые распространяются в этих средах с постоянной скоростью.

По мнению автора, развиваемая в этой статье Алгебра сигнатур может значительно обогатить общую теорию относительности (ОТО) А. Эйнштейна. Перечислим основные возможности Алгебры сигнатур:

1. ОТО рассматривает только одну метрику, например, (7.21)

$$ds^{(+---)2} = g_{ij}^{(-)} dx^i dx^j \text{ с сигнатурой } (+---), \quad (10.1)$$

определяющую метрико-динамическое состояние локальной области только одной стороны пустого пространства (т.е. «вакуума»), что в ряде случаев приводит к парадоксам. Тогда как в Алгебре сигнатур учитывается совокупность 16-и всевозможных метрик (7.29)

$$\begin{array}{cccc} ds^{(+---)2} & ds^{(++++)2} & ds^{(----)2} & ds^{(+--+ )2} \\ ds^{(-++-)2} & ds^{(++-- )2} & ds^{(-+-- )2} & ds^{(+ -+-)2} \\ ds^{(-+++ )2} & ds^{(----)2} & ds^{(+++ -)2} & ds^{(-++-)2} \end{array} \quad (10.2)$$



$$ds^{(++-+)^2} \quad ds^{(--++)^2} \quad ds^{(+--+)^2} \quad ds^{(-+-+)^2},$$

с 16-ю соответствующими сигнатурами (или топологиями) (4.28), которые удовлетворяют условию  $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса:

$$\begin{aligned} 0 &= \underline{(0 \ 0 \ 0 \ 0)} & + & \underline{(0 \ 0 \ 0 \ 0)} & = 0 \\ 0 &= (+ \ + \ + \ +) & + & (- \ - \ - \ -) & = 0 \\ 0 &= (- \ - \ - \ +) & + & (+ \ + \ + \ -) & = 0 \\ 0 &= (+ \ - \ - \ +) & + & (- \ + \ + \ -) & = 0 \\ 0 &= (- \ - \ + \ -) & + & (+ \ + \ - \ +) & = 0 \\ 0 &= (+ \ + \ - \ -) & + & (- \ - \ + \ +) & = 0 \\ 0 &= (- \ + \ - \ -) & + & (+ \ - \ + \ +) & = 0 \\ 0 &= (+ \ - \ + \ -) & + & (- \ + \ - \ +) & = 0 \\ 0 &= \underline{(- \ + \ + \ +)} & + & \underline{(+ \ - \ - \ -)} & = 0 \\ 0 &= (0 \ 0 \ 0 \ 0)_+ & + & (0 \ 0 \ 0 \ 0)_+ & = 0 \end{aligned}$$

(10.3)

Решения вакуумного уравнения Эйнштейна

$$R_{ik} - \Lambda g_{ik} = 0$$

для совокупности метрик (10.2) с 16-ю возможными сигнатурами (10.3) приводят ко многим интересным результатам, представленным в [15].

Учет полного набора метрик (10.2) позволяет наметить пути решения ряда задач, которые ранее не поддавались решению. Например, в рамках геометризированной физики вакуума, развиваемой на основании Алгебры сигнатур, удастся:

- предложить метрико-динамические модели всех элементарных частиц (фермионов, мезонов и барионов), входящих в состав Стандартной модели [14,15];

- предложить варианты решения проблемы барионной асимметрии Вселенной [13,15];

- предложить объяснение природы гравитации на основании исследований межзвездных и межпланетарных внутривакуумных течений [15].

- предложить теоретическую подоснову для развития «нулевых» (т.е. вакуумных) технологий, таких как: «передача информации по сверхсвето-

вым каналам связи», «уплотнение каналов связи на основании спектрально-сигнатурного (цветного) Фурье анализа», «использования внутривакуумных течений для перемещения в пространстве», «извлечение свободной энергии из вакуума» и т. д [13,14,15].

2. В рамках Алгебры сигнатур имеют место четыре «вакуума» с правилами умножения знаков (4.11) – (4.18). Предполагается, что совместный коммутативных и антикоммутативных «вакуумов» и «антивакуумов» значительно расширит возможности теории.

3. Многомерное пространство Алгебры сигнатур суперсимметрично, т.к. в каждой точке данного единого многообразия задаются как коммутативные, так и антикоммутативные операции над множествами чисел. Между многомерным, суперсимметричным и Риччи плоским пространством Алгебры сигнатур и многообразиями Калаби - Яу прослеживается явная аналогия.

Формальный математический аппарат Алгебры сигнатур (дифференциальная, мультисигнатурная, поперечно и продольно расслоённая, суперсимметричная и бесконечномерная светогеометрия) все более и более усложнятся по мере приближения к изучению глубинных свойств пустоты. Но изначально в Алгебре сигнатур предусмотрены алгоритмы свертывания множества дополнительных измерений и топологических наслоений до описания метрико-динамических свойств 3-мерного объема «вакуума».

Постоянное соблюдение «условий  $\lambda_{m,n}$ -вакуумного баланса», может позволить Алгебре сигнатур избежать парадоксов, характерных для всех «односторонних» теорий.

По мнению автора, формальный математический аппарат Алгебры сигнатур создает логическую платформу для планирования экспериментов, касающихся изучения вакуумных эффектов и выполнения действий над «вакуумом», как над реальным объектом исследований.

Не исключено, что математический аппарат Алгебры сигнатур с одобрением примут математики и философы, т.к. в нем присутствует: основы семеричной мультилектики, устойчивость нулевой сбалансированности и попытка осознания пределов глубины дискретной Бесконечности.

*Напомним, что имеется четыре основных приема для осознания Бесконечного:*

*I). Выделение в Бесконечном периодических структур. При этом изучение одного периода распространяется на все аналогичные периоды, т.е. на всю Бесконечность;*

*II). Проецирование безграничной бесконечности в ограниченную бесконечность. Например, каждая точка бесконечной плоскости может быть спроецирована на поверхность шара, при этом вся ускользающая от наблюдения периферия Бесконечности оказывается перед взором исследователя;*

*III). Переформатирование (преобразование) Бесконечности, так, чтобы последний элемент бесконечной последовательности оказался первым ее элементом, и наоборот первый элемент стал последним.*

*IV). Выделение класса Бесконечностей, деление которых друг на друга приводит к конечным числам. Например, при определении скорости  $v = \Delta x / \Delta t$ , отрезок  $\Delta x$  и интервал  $\Delta t$  могут быть бесконечно малыми или бесконечно большими, но их отношение остается конечным числом  $v$ .*

*Все эти виды осознания Бесконечности применяются в Алгебре сигнатур.*

2. В рамках Алсигны время  $t$  не является атрибутом изучаемого локального участка «вакуума», оно характеризует способность наблюдателя упорядочить ощущение длительности. Поэтому, в отличие от ОТО, в Алгебре сигнатур промежуток времени  $dt$  не изменяется при искривлении вакуума. Вместо изменения течения времени, на искривленном участке вакуума возникают внутривакуумные течения.

В п. 24 показано, что нулевые компоненты метрических тензоров (24.1)

$$g_{0j}^{(-)} = \begin{pmatrix} g_{00}^{(-)} & g_{10}^{(-)} & g_{20}^{(-)} & g_{30}^{(-)} \\ g_{01}^{(-)} & 0 & 0 & 0 \\ g_{02}^{(-)} & 0 & 0 & 0 \\ g_{03}^{(-)} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad g_{i0}^{(+)} = \begin{pmatrix} g_{00}^{(+)} & g_{10}^{(+)} & g_{20}^{(+)} & g_{30}^{(+)} \\ g_{01}^{(+)} & 0 & 0 & 0 \\ g_{02}^{(+)} & 0 & 0 & 0 \\ g_{03}^{(+)} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

связаны с ламинарными и турбулентными составляющими движения внутривакуумных слоев.

Такой подход в корне меняет психологию восприятия «вакуумных» процессов, и позволят относиться к 3-мерному «вакууму» как к обычной сплошной упруго-пластической среде, которая подвержена изменениям в течение времени  $t$  стороннего наблюдателя.

Вместе с тем, в Алгебре сигнатур ось времени вводится как результат периодического процесса вращения светового (точнее, электромагнитного) 3-базиса с угловой частотой, соответствующей длине волны зондирующих лучей (смотрите § 2.3). Поэтому каждый продольный слой вакуума имеет свое (продольное) время  $t_\lambda$ , зависящее от длины волны  $\lambda_{m,n}$  зондирующих лучей света.

3. В рамках Алсигны имеет место не один, а четыре «вакуума» с правилами умножения знаков (10.6) – (10.9). Коммутативные и антикоммутативные «вакуумы» и «антивакуумы» являются опорами друг для друга над Бездной.

4. Вспомогательные математические пространства Алгебры сигнатур суперсимметричны, т.к. в каждой их точке задаются как коммутативные, так и антикоммутативные операции над множествами чисел.

Итак, аксиоматика светогеометрии «вакуума» Алсигны практически полностью совпадает с аксиоматикой СТО и ОТО А. Эйнштейна (локальность, причинность, Лоренц инвариантность, общековариантность уравнений, экстремальность действия и т.д.), за исключением:

- иного отношения ко времени;

- иной интерпретации нулевых компонент метрического тензора  $g_{00}, g_{0i}$ ;
- учета всех 16-и возможных сигнатур;
- суперсимметричности пространств событий.

Дополнительные проблемы, связанные с ощущением длительности наблюдателя, и с влиянием его сознания на внутривакуумные процессы в пределах области его компетенции, касаются Психифизики «вакуума», которые в этой работе не затрагиваются.

Формальный математический аппарат Алгебры сигнатур (дифференциальная, мультисигнатурная, поперечно и продольно расслоенная, суперсимметричная и бесконечномерная светогеометрия) все более и более усложнятся по мере приближения к изучению свойств пустой бесконечности. Но изначально предусмотрены алгоритмы свертывания множества дополнительных измерений и топологических наслоений до описания метрико-динамических свойств 3-мерного объема «вакуума», который может изменяться с течением продольного времени  $t_\lambda$ .

Постоянное соблюдение «вакуумного баланса», позволяет Алсигне избежать парадоксов, характерных для всех «односторонних» теорий. А постоянная приверженность Алсигны к Алгоритмам раскрытия Четырехбуквенного Великого и Грозного Имени ВСЕВЫШНЕГО, не дает ей сбиться с Пути, Озаренного этим Именем.

Неизбежно возникает вопрос: – Для чего так усложнять представления о самом простом объекте – 3-мерном объеме «вакуума» («простаты»)? На этот вопрос имеется несколько ответов:

- во-первых, мультилектика говорит, что самое «простое» должно быть одновременно и самым «сложным». Развитие физико-математических аспектов исследования «вакуума» приведет к постановке новых технологических задач и обозначению путей их решения. Кроме того математический аппарат Алгебры сигнатур может привести к разрешению ряда онтологиче-

ских и гносеологических проблем современной философии.

Формальный математический аппарат Алгебры сигнатур создает логическую платформу для планирования реальных действий над объектом исследования - вакуумом. Например, углубленное понимание основ Алгебры сигнатур приведет к осознанию того, что локальный объем «вакуума» можно: «заморозить», «испарить», «взорвать», «расколоть на части», «расслоить», «использовать как источник энергии» и т.д. Вакуумные гипотезы Алсигны могут лечь в основу развития множества «нулевых» (вакуумных) технологий, которые изменят технический облик человеческой цивилизации (если не уничтожат ее).

Чтобы показать, что уже при двухстороннем рассмотрении  $2^3\text{-}\lambda_{m+n}$ -вакуумной протяженности на основании методов Алгебры сигнатур могут быть спрогнозированы вакуумные эффекты, которые, в принципе, не могут быть описаны в рамках односторонних теорий, развивающихся на основе СТО и ОТО А. Эйнштейна.

## 11 БЛАГОДАРНОСТИ

Развитие Алгебры сигнатур было бы невозможным без уроков по Лурианской каббале, которые преподали мне рабби Гавриэль Давидов и рав Довид Коган.

Выражаю искреннюю благодарность Дэвиду Риду (David Reid) за оказание помощи по редактированию и творческому переводу данной статьи на английский язык.

Ряд идей, обсуждаемых в данной статье, были высказаны в беседах с В.А. Лебедевым, С.Г. Прохоровым и В.П. Храмыным.

Также, автор признателен за помощь Л.А. Батановой, М.Н. Саловой, к.ф.-м.н. В.А. Лукьянову, Т.С. Морозовой и С.В. Пржигодскому, А.Н. Мас-

лову, А.Ю. Болотову, к.пс.н. Т.С. Леви, С.В. Мусанову, к.т.н. Е.П. Мышелову, Е.П. Чивикову.

## 12 ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Новые термины и номера их определений представлены в таблице 12.1.

Таблица 12.1

<b>The Term</b>	<b>Number of the Definition</b>
perfect vacuum	2.1.1
"vacuum"	2.1.1
$\lambda_{m,n}$ -vacuum	2.1.3
longitudinal stratification of the "vacuum"	2.1.4
time axis	2.3.1
stignature	3.1.1, 3.5.1
signature	4.1.1
rank	4.1.2
$\lambda_{m,n}$ -vacuum balance condition	4.5.1
subcont	4.7.1
antisubcont	4.7.1
transverse stratification of a "vacuum"	4.9.1
transverse stratification of a $\lambda_{m,n}$ -vacuum	4.9.2
$k$ -braid	8.1.1

## УКАЗАТЕЛЬ НОМЕРОВ ОПРЕДЕЛЕНИЙ НОВЫХ ТЕРМИНОВ

Определение нового термина можно найти в тексте статьи под соответствующим номером

*Алгебра сигнатур (Алсигна)* – определение № 11.2;

*Алсигна* – определение № 11.2;

*Антисубконт* – определение № 7.5;

- База* – определение № 8.1;
- «Вакуум»* – определение № 1.1, № 12.5;
- Вакуумное условие* – определение № 12.4;
- Вакуумный баланс* – определение № 12.3;
- Внешняя сторона  $2^3$ - $\lambda_{m+n}$ -вакуумной протяженности (субконт)* – определение № 7.2;
- Внутренняя сторона  $2^3$ - $\lambda_{m+n}$ -вакуумной протяженности (антисубконт)*  
– определение №7.3;
- Изнанка антисубконта* – определение № 24.4;
- Изнанка субконта* – определение № 24.2;
- Истинный ноль* – определение № 4.1;
- И-Цзин аналогия* – определение № 8.3;
- Каббалистическая аналогия* – определение № 16.2;
- Личина антисубконта* – определение № 24.3;
- Личина субконта* – определение № 24.1;
- Луч света* – определение № 2.1;
- Ньютоновский вакуум («вакуум»)* – определение № 1.1;
- Ортогональный 3-базис* – определение № 6.1;
- Поперечное расслоение «вакуума»* – определение № 16.1;
- Поперечно «расщепленный ноль»* – определение № 12.1;
- Продольное расслоение «вакуума»* – определение № 2.3;
- Продольно «расщепленный ноль»* – определение № 12.2;
- Ранжир* – определение № 10.2;
- Сигнатура* – определение № 10.1;
- Стигнатура* – определение № 8.2;
- Субконт* – определение № 7.4;
- Шахматная аналогия* – определение № 11.1;
- k-жгут* – определение № 22.1;



- $\lambda_{m+n}$ -вакуум – определение № 2.2;
- $\lambda_{m+n}$ -вакуумное условие – определение № 12.4;
- $\lambda_{m+n}$ -вакуумный баланс – определение № 12.3;
- $2^k$ - $\lambda_{m+n}$ -вакуумная протяженность – определение № 7.1.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Einstein, A. (1928) Riemann-Geometrie mit Aufrechterhaltung des Begriffes des Fernparallelismus (Riemann Geometry maintaining the concept of Fernparallelismus). Sitzungsbericht der preussischen Akademie der Wissenschaften. (Minutes of the Prussian Academy of Sciences) – Berlin, Germany. Verlag der Königlich-Preussischen Akademie der Wissenschaften p. 217-221 [In German].
- [2] Клейн Ф. (2004) Неевклидова геометрия – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 355 стр. ISBN 5-354-00602-3 [на русском].
- [3] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. (1988) Теория поля. Том 2. – М.: Наука, 1988. – 509 стр. ISBN 5-02-014420-7 [на русском].
- [4] Логунов А.А. (1987) Лекции по теории относительности и гравитации. – М.: Наука, 1987. – 271 стр. [на русском].
- [5] Шипов Г.И. (1996) Теория физического вакуума. – М.: Наука, 1996. – 449 стр. ISBN 5-02-003682-X [на русском].
- [6] Седов Л.И. (1994) Механика сплошных сред. Т.1. – М.: Наука, 1994 [на русском].
- [7] Козлов А. И., Логвин А. И., Сарычев В. А. (2005) Поляризация радиоволн. – М.: Радиотехника, 2005. – 703 стр. ISBN 5-93108-074-0 [на русском].
- [8] Новиков С.П., Тайманов И.А. (2014) Современные геометрические структуры и поля. – М.: МЦНМО, 2014. – 584 стр. ISBN 978-5-4439-0182-4 [на русском].
- [9] Рашевский П.К. (2006) Теория спиноров. – М: Едиториал УРСС, 2006. – 110 стр. ISBN 5-484-00348-2 [на русском].
- [10] Petoukhov S.V. (2008). Matrix genetics, algebras of the genetic code, noise-immunity. Moscow: RCD, 316 p. ISBN 978-5-93972-643-6  
<http://petoukhov.com/matrix-genetics-petoukhov-2008.pdf> (in Russian).
- [11] Petoukhov S.V. (2020). The rules of long DNA-sequences and tetra-groups of oligonucleotides. arXiv:1709.04943v6, Version 6, from 22 May 2020.

- [12] Гаухман М.Х. (04.2007) Алгебра сигнатур «ИМЕНА» (оранжевая Алсигна). – М.: ЛКИ, 2007, С.228, ISBN 978-5-382-00077-0, (доступно на [www.alsigna.ru](http://www.alsigna.ru)) [на русском].
- [13] Гаухман М.Х. (2007) Алгебра сигнатур «Пустота» (желтая Алсигна). – М.: УРСС, 2007. – 308 стр. ISBN 978-5-382-00580-5, (доступно на [www.alsigna.ru](http://www.alsigna.ru)).
- [14] Гаухман М.Х. (2008) Алгебра сигнатур «Частицы» (зеленая Алсигна). – М.: Либроком, 2008. – 422 стр. ISBN 978-5-397-00403-9, (доступно на [www.alsigna.ru](http://www.alsigna.ru)) [на русском].
- [15] Гаухман М.Х. (2017) Алгебра сигнатур «Безмассовая физика» (фиолетовая Алсигна). – М.: Филинь, 2017. ISBN 978-5-9216-0104-8 (доступно на <http://metraphysics.ru/>).
- [16] Батанов М.С. (2017) Расширенное вакуумное уравнение Эйнштейна // Образование и наука: современные тренды: коллективная монография / гл. ред. О. Н. Широков. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2017. – 5 - 61 стр. – (Серия "Научно-методическая библиотека"). – ISBN 978-5-9909794-8-2. DOI: [10.21661/r-130488](https://doi.org/10.21661/r-130488) [на русском].  
Available in English: Batanov, M.S. (2017) Extensions of the Einstein field equations and their solutions // Образование и наука: современные тренды: коллективная монография / гл. ред. О. Н. Широков. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», серия "Научно-методическая библиотека", 2017. – 5 - 61 стр. — ISBN 978-5-9500562-4-6. [на английском].  
[https://interactive-plus.ru/article/462204/discussion\\_platform](https://interactive-plus.ru/article/462204/discussion_platform)
- [17] Tyurin Yu.I., Chernov I.P., Kryuchkov Yu.Yu. (2009) Optics // textbook - Tomsk: Tomsk Polytechnic University Publishing House, p. 240, ISBN 5-98298-434-5 [in Russian].
- [18] Peatross J., Ware M. (2015) Physics of Light and Optics // Brigham Young University, 2015, p. 338, ISBN 978-1-312-92927-2.

## Приложение 1

### П1 Эйкнал

Волновое возмущение, распространяющееся в направлении  $r$ , описывается комплексной функцией [18]

$$U = e^{[\alpha(r)+ikE(r)]},$$

и описывается уравнением

$$(\nabla E)^2 - n^2 = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} [(\nabla \alpha)^2 + \nabla^2 \alpha], \quad (\text{П1.1})$$

где  $n$  – показатель преломления среды (для вакуума  $n = 1$ )

Уравнение определяет ширину монохроматического луча света в зависимости от длины его волны  $\lambda$ .

Когда величиной длины волны можно пренебречь ( $\lambda \rightarrow 0$ ), тогда выражение (П1.1) упрощается до уравнения эйконала [18, 22]

$$(\nabla E)^2 = \left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial z}\right)^2 = n^2. \quad (\text{П1.2})$$

При этом толщина лучей света также устремляется к нулю, т.е. лучи света превращаются в световые линии, и выполняется условия применения геометрической оптики.

## 12 REFERENCES

- [1] Einstein, A. (1928) Riemann-Geometrie mit Aufrechterhaltung des Begriffes des Fernparallelismus (Riemann Geometry maintaining the concept of Fernparallelismus). Sitzungsbericht der preussischen Akademie der Wissenschaften. (Minutes of the Prussian Academy of Sciences) – Berlin, Germany. Verlag der Königlich-Preussischen Akademie der Wissenschaften p. 217-221 [in German].
- [2] Shipov G.I. (1996) Theory of physical vacuum. – Moscow: Nauka, p.449 ISBN 5-02-003682-X [in Russian].
- [3] Logunov A.A. (1987) Lectures on the theory of relativity and gravity. – Moscow: Nauka, p.271 [in Russian].
- [4] Klein F. (2004) Non-Euclidean geometry – Moscow: Editorial URSS, p.355, ISBN 5-354-00602-3 [in Russian].
- [5] Novikov S.P., Taimanov I.A. (2014) Modern geometric structures and fields. - Moscow: MTsNMO, p.584 ISBN 978-5-4439-0182-4 [in Russian].
- [6] Rashevsky P.K. (2006) The theory of spinors. – Moscow: Editorial URSS, p.110, ISBN 5-484-00348-2 [in Russian].

- [7] Gaukhman M.Kh. (2007) Algebra of signatures "NAMES" (orange Alsigna). – Moscow: LKI, p.228, ISBN 978-5-382-00077-0, (www.alsigna.ru) [in Russian].
- [8] Gaukhman M.Kh. (2007) Signature Algebra "Void" (yellow Alsigna). – Moscow: URSS, p.308 ISBN 978-5-382-00580-5, (available at www.alsigna.ru).
- [9] Gaukhman M.Kh. (2015) Algebra of signatures "COSMOGENESIS" (Blue Alsigna). - Moscow MIG, p.1279 (available at www.alsigna.ru).
- [10] Gaukhman M.Kh. (2017) Algebra of signatures "Massless physics" (purple Alsigna). – Moscow: Filin, ISBN 978-5-9216-0104-8 (available in English <http://metraphysics.ru/>).
- [11] Petoukhov S.V. (2008) Matrix genetics, algebras of the genetic code, noise-immunity. Moscow: RCD, p.316 ISBN 978-5-93972-643-6.  
<http://petoukhov.com/matrix-genetics-petoukhov-2008.pdf> (in Russian).
- [12] Petoukhov S.V. (2020) The rules of long DNA-sequences and tetra-groups of oligonucleotides. arXiv: 1709.04943v6, Version 6, from 22 May 2020.

Definition 2.1.1 Perfect vacuum - for brevity we will call it "vacuum".

Definition 2.1.2 In this article, the eikonal

Definition 2.1.3  $\lambda_{m,n}$ -vacuum is

Definition 2.1.4 Longitudinal stratification of "vacuum" is

Definition 2.3.1 The time axis is

Definition 3.1.1 "Stignature" of a 4-basis is

Definition 3.5.1 "Stignature" is an ordered set of signs

Definition 4.1.1 "Signature" is an ordered set of signs

Definition 4.1.2 "Rank" is

Definition 4.5.1 " $\lambda_{m,n}$ -vacuum balance condition"

Definition 4.7.1 The concepts of a «subcont» and an «antisubcont»

Definition 4.9.1 The transverse stratification of a "vacuum" is

Definition 4.9.2 The transverse stratification of a  $\lambda_{m,n}$ -vacuum is

Definition 8.1.1 A k-braid

1]. GR considers only one metric, for example,

$$ds^{(+---)2} = g_{ij}^{(-)} dx^i dx^j \quad \text{with the signature } (+---), \quad (10.1)$$

which determines the metric-dynamic state of the local area of only one side of empty space (i.e., vacuum), which in some cases leads to paradoxes. Whereas in the Algebra of signatures we take into account a set of the 16 possible metrics (7.29)

$$\begin{matrix} ds^{(+---)2} & ds^{(++++)2} & ds^{(----)2} & ds^{(+--+ )2} \\ ds^{(---+ )2} & ds^{(+++-)2} & ds^{(-+++ )2} & ds^{(+--+ )2} \\ ds^{(-+++ )2} & ds^{(----)2} & ds^{(++++ )2} & ds^{(-+++ )2} \\ ds^{(++++)2} & ds^{(---+ )2} & ds^{(+--+ )2} & ds^{(+--+ )2}, \end{matrix} \quad (10.2)$$

with 16 corresponding signatures (or topologies) (4.28) that satisfy of the  $\lambda_{m,n}$ -vacuum balance condition:

$$\begin{matrix} 0 = & \underline{(0 \ 0 \ 0 \ 0)} & + & \underline{(0 \ 0 \ 0 \ 0)} & = 0 \\ 0 = & (+ \ + \ + \ +) & + & (- \ - \ - \ -) & = 0 \\ 0 = & (- \ - \ - \ +) & + & (+ \ + \ + \ -) & = 0 \\ 0 = & (+ \ - \ - \ +) & + & (- \ + \ + \ -) & = 0 \\ 0 = & (- \ - \ + \ -) & + & (+ \ + \ - \ +) & = 0 \\ 0 = & (+ \ + \ - \ -) & + & (- \ - \ + \ +) & = 0 \\ 0 = & (- \ + \ - \ -) & + & (+ \ - \ + \ +) & = 0 \\ 0 = & (+ \ - \ + \ -) & + & (- \ + \ - \ +) & = 0 \\ 0 = & \underline{(- \ + \ + \ +)} & + & \underline{(+ \ - \ - \ -)} & = 0 \\ 0 = & (0 \ 0 \ 0 \ 0)_+ & + & (0 \ 0 \ 0 \ 0)_+ & = 0 \end{matrix} \quad (10.3)$$

Solutions of the Einstein vacuum equation

$$R_{ik} - \Lambda g_{ik} = 0$$

for a set of the metrics (10.2) with 16 possible signatures (10.3) lead to many interesting results presented in [15].

Taking into account the full set of metrics (10.2) allows us to outline ways to solve a number of problems that previously could not be solved. For example,

within the framework of the vacuum geometrized physics, developed on the basis of the Algebra of signatures, it is possible to:

- to propose metric-dynamic models of all elementary particles (fermions, mesons and baryons) included in the Standard Model [14,15];

- to propose solutions to the problem of the baryon asymmetry of the Universe [13,15];

- to propose an explanation of the nature of gravity based on studies of interstellar and interplanetary intravacuum flows [15].

- to propose a theoretical basis for the development of "zero" (i.e., vacuum) technologies, such as: "transmission of information through superluminal communication channels", "compression of communication channels based on spectral-signature (i.e., color) Fourier analysis", "use of intravacuum flows for movement in the space" and so on [13,14,15].

2]. Within the framework of the Algebra of signatures, there are four "vacuums" with the rules for multiplying signs (4.11) – (4.18). It is assumed that the joint commutative and anticommutative "vacuums" and "antivacuums" will significantly expand the possibilities of the theory.

3]. The multidimensional space of the Algebra of signatures is supersymmetric, since at each point of a given single manifold, both commutative and anticommutative operations on sets of numbers are specified.

There is a clear analogy between the multidimensional, supersymmetric and Ricci planar spaces of the Algebra of signatures and the Calabi - Yau manifold.

The formal mathematical apparatus of the Algebra of signatures is a differential, multisignature, transversely and longitudinally stratified, supersymmetric and infinite-dimensional light-geometry, which become more and more complicated as one immerses in infinite deep of the void (i.e., vacuum). But initially, the Algebra of signatures provides algorithms for the compactification and/or convolution of the many extra dimensions and topological layers to describe the metric-dynamic properties of the 3-dimensional volume of the "vacuum".

---

Constant observance of the " $\lambda_{m,n}$ -vacuum balance condition" can allow the Algebra of signatures to avoid the paradoxes characteristic of the all "one-sided" theories.

According to the author, the formal mathematical apparatus of the Algebra of signatures creates a logical platform for planning experiments related to the study of "vacuum" effects and performing actions on the "vacuum" as a real object of research.

