

# Стохастический подход к определению эталона массы на основании зафиксированных значений фундаментальных физических постоянных

Михаил Батанов-Гаухман

к.т.н., доцент каф. 207 Института № 2 “Авиационные и ракетные двигатели и энергетические установки” ФГБОУВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Волоколамское шоссе, д.4, г. Москва, 125993, [alsignat@yandex.ru](mailto:alsignat@yandex.ru), ORCID iD [0000-0002-8179-6113](https://orcid.org/0000-0002-8179-6113))

Дата: 01 августа 2022

**Аннотация:** Показано, что инертные свойства стационарного случайного процесса могут быть выражены через отношение его интервала корреляции  $\tau_x$  к удвоенной дисперсии  $D_x$ . При использовании фиксированного значения постоянной Планка  $h$  в качестве коэффициента пропорциональности, отношение  $h\tau_x/2D_x$  имеет размерность килограмм и может быть использовано в качестве эквивалента эталона единицы массы. Предложено в качестве эталонного гауссова стационарного случайного процесса использовать тепловой (Джонсона-Найквиста) шум, а также приведено теоретическое обоснование проекта создания «Тепловых сверхпроводящих ампер-весов» для измерения энергетической массы  $m_E$  объекта.

**Ключевые слова:** эталон единицы массы, фундаментальная физическая постоянная, постоянной Планка, инерция стохастического процесса, стационарный случайный процесс, ватт-баланс, баланс Киббла, ампер-баланс

## 1 ВВЕДЕНИЕ

Решения 26-й Генеральной конференции по мерам и весам (ГКМВ), посвященной «Пересмотру Международной системы единиц (SI)», подвели итог под реализацией программы по «невещественным» определениям эталонов основных физических величин.

Начиная с 20 мая 2019 г. для реализации нового определения единиц измерений необходимо использовать любые уравнения физики, которые связывают между собой массу, постоянную Планка  $h = 6,62607015 \cdot 10^{-34}$  Дж·с, скорость света в вакууме  $c = 299792458$  м/с, частоту сверхтонкого перехода основного состояния атома цезия-133  $\nu_{Cs} = 9192631770$  Гц, элементарный

заряд  $e = 1,602176634 \cdot 10^{-19}$  Кл, постоянную Больцмана  $k_B = 1,380\ 649 \cdot 10^{-23}$  Дж/К и постоянной Авогадро  $N_A = 6,02214076 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>.

Одним из основных направлений реализации эталона массы на основе ново определения SI является развитие двух проектов «Баланс Киббла» и «Подсчет атомов в квази-идеальном шаре из кремния-28 (<sup>28</sup>Si)» (далее «Подсчет атомов») [4,5]. Данное направление также называют «The X-ray-crystal-density (XRCD) method» (т.е. рентгеновский метод определения кристаллической плотности).

«Баланс Киббла» основан на взаимосвязи гравитационной массы с постоянной Планка [1,2]

$$m_g = \frac{j d^2 f^2 h}{4 g v}, \quad (1)$$

где

$j$  – целое число, связанное с фактором Ландау в квантовом эффекте Холла;  
 $d$  – целое число, связанное со ступенями Шапиро в эффекте Джозефсона;  
 $f$  – частота возбуждения перехода между двумя сверхпроводниками в эффекте Джозефсона.

$v$  – скорость перемещения обмотки в постоянном магнитном поле.

$g$  – ускорение свободного падения в месте размещения ватт-весов.

«Подсчет атомов» (XRCD method) обусловлен пропорциональностью между инертной массой <sup>28</sup>Si и постоянной Авогадро [4]

$$m_i = m_{Si} \nu_{Si} N_A, \quad (2)$$

где  $m_{Si}$  – атомная масса <sup>28</sup>Si,  $\nu_{Si}$  – количество молей в 1 кг <sup>28</sup>Si.

Эти проекты связаны друг с другом, т.к. без квази-идеальных шаров <sup>28</sup>Si, имеющих массу 1 кг с относительной погрешностью порядка  $10^{-8}$ , невозможно сравнить показания «Балансов Киббла», находящихся в различных лабораториях мира. С другой стороны, без «Баланса Киббла» невозможно проверить эквивалентность инертной массы квази-идеального шара <sup>28</sup>Si его гравитационной массе [4].

Другими словами, вес каждого квази-идеального шара  $^{28}\text{Si}$  должен уравновешиваться весами Киббла с предельно допустимой неопределённостью не более  $10^{-8}$  кг. В этом случае квази-идеальные шары  $^{28}\text{Si}$ , которые должны входить в комплект весов Киббла, могут быть использованы для сличения показаний аналогичных ватт-балансов, находящихся в различных местах планеты.

Наличие только одних весов Киббла на планете не соответствует интересам Государств-членов Метрической конвенции, т.к. приведет к аналогичным проблемам, связанным с международным прототипом килограмма, хранящемся в Международном бюро весов и мер.

Оба вышеуказанных проекта являются несомненным прогрессом в области практической метрологии, т.к. их точность на порядок повышают точность международного прототипа килограмма, хранящегося в Международном бюро мер и весов. Так же эти проекты являются воспроизводимыми в любой лаборатории мира на основании вышеуказанных фундаментальных физических принципов и фиксации числовых значений констант  $h$  и  $N_A$ .

Вместе с тем, эти проекты имеют ряд недостатков [4].

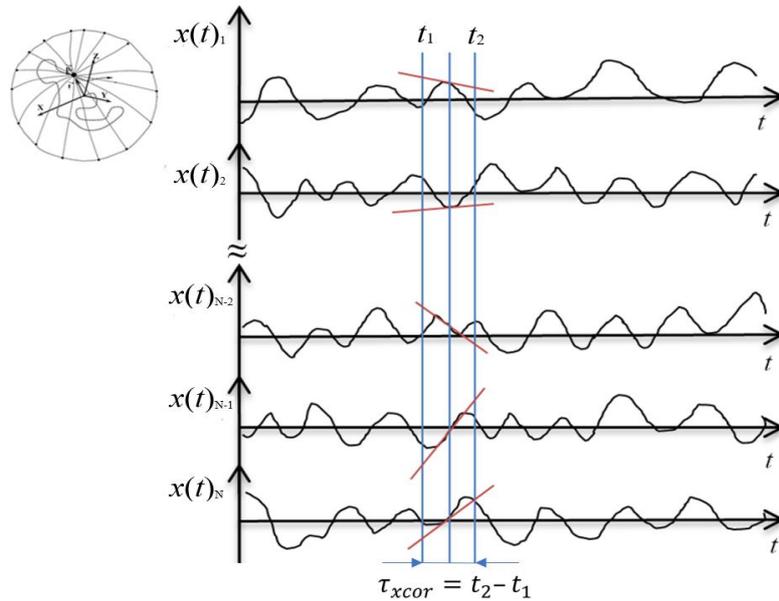
Баланс Киббла являются одним из самых сложных измерительных комплексов в мире, т.к. кроме использования сверхпроводникового эффекта Джозефсона и квантового эффекта Холла, необходимо с высокой точностью измерять скорость  $v$  перемещения катушки в равномерном магнитном поле, а также ускорение свободного падения  $g$  в месте размещения ватт-баланса.

К недостаткам кремневого шара, относится возможность загрязнения его поверхности. Кроме того, кристаллы  $^{28}\text{Si}$  никогда не бывают совершенными и моноизотопными [4]. Поэтому необходимо учитывать поправки: на содержание примесей, на дефекты кристаллической решетки  $^{28}\text{Si}$  (вакансии и междоузлия), на образование оксидной пленки, на физическую и химическую адсорбции (т.е. поглощенная) молекул воздуха поверхностным слоем кремневого шара. Также необходимо учитывать дефект массы, связанный с учетом энергии связи атомов монокристалла  $^{28}\text{Si}$  [4].

В данной статье предлагается иной, стохастический подход к определению эталона массы, который основан на связи отношения основных усредненных характеристик стационарного случайного процесса с отношением постоянной Планка к массе частицы, участвующей в этом процессе.

## 2. Связь между массой, постоянной Планка и характеристиками стационарного случайного процесса

В статье [6] рассмотрен стационарный случайный процесс, связанный, например, с изменением проекции местонахождения хаотически блуждающей частицы (типа броуновской частицы) со временем  $t$  (Рис. 1)



**Рис. 1.**  $N$  реализаций стационарного случайного процесса с интервалом автокорреляции  $\tau_x \approx \tau_{x\text{cor}}$ . Данные реализации можно интерпретировать, например, как изменения со временем  $t$  проекции на ось  $X$  места нахождения частицы, хаотически блуждающей в замкнутой области 3-мерного пространства

В результате анализа данного стационарного случайного процесса  $x(t)$  в [6] была разработана следующая процедура получения функции плотности распределения вероятности (ФПРВ)  $\rho(x')$  производной этого процесса при известной одномерной ФПРВ  $\rho(x)$  самого процесса:

а) Исходная одномерная ФПРВ  $\rho(x)$  стационарного случайного процесса представляется в виде произведения двух плотностей амплитуды вероятности (ПАВ)

$$\rho(x) = \psi(x)\psi(x) = \psi(x)^2 ; \quad (3)$$

б) Выполняется два преобразования Фурье

$$\phi(x') = \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta_x}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) \exp\{ix'x/\eta_x\} dx, \quad (4)$$

$$\phi^*(x') = \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta_x}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) \exp\{-ix'x/\eta_x\} dx ; \quad (5)$$

в) Находится искомая ФПРВ производной исследуемого стационарного случайного процесса

$$\rho(x') = \phi(x')\phi^*(x') = |\phi(x')|^2, \quad (6)$$

где, согласно выражению (52) в [6]

$$\eta_x = \frac{2\sigma_x^2}{\tau_x} \quad (7)$$

$\sigma_x$  – среднеквадратичное (стандартное) отклонение исходного стационарного случайного процесса  $x(t)$ ;

$\tau_x$  – интервал автокорреляции того же случайного процесса (рис.1).

Для примера рассмотрим гауссов стационарный случайный процесс  $x(t)$ . В каждом сечении  $t_i$  этого процесса случайная величина  $x$  распределена по закону Гаусса:

$$\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\{-(x - a_x)^2/2\sigma_x^2\}, \quad (8)$$

где  $\sigma_x^2 = D_x$  и  $a_x$  – дисперсия и математическое ожидание исследуемого случайного процесса  $x(t)$ .

Согласно выражению (3), представим ФПРВ (8) в виде произведения двух амплитуд вероятности

$$\rho(x) = \psi(x)\psi(x),$$

где 
$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{2\pi\sigma_x^2}} \exp\{-(x - a_x)^2/4\sigma_x^2\}. \quad (9)$$

Подставим ПАВ (9) в выражения (4) и (5)

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\{-(x - a_x)^2/4\sigma_x^2\} \exp\{ix'/\eta_x\} dx, \quad (10)$$

$$\phi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\{-(x - a_x)^2/4\sigma_x^2\} \exp\{-ix'/\eta_x\} dx, \quad (11)$$

и выполним интегрирование

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta_x^2/(2\sigma_x)^2}} \exp\{-x'^2/[2\eta_x/(2\sigma_x)]^2\} \exp\{ia_x x'/\eta_x\}, \quad (12)$$

$$\phi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta_x^2/(2\sigma_x)^2}} \exp\{-x'^2/[2\eta_x/(2\sigma_x)]^2\} \exp\{-ia_x x'/\eta_x\}. \quad (13)$$

В соответствии с выражением (6) перемножим ПАВ (12) и (13), в результате получим

$$\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\left(\frac{\eta_x}{2\sigma_x}\right)^2}} \exp\left\{-\frac{x'^2}{2\left(\frac{\eta_x}{2\sigma_x}\right)^2}\right\} \quad (14)$$

- ФПРВ производной стационарного гауссова случайного процесса  $x(t)$ .

В квантовой механике для перехода от координатного представления ФПРВ места положения частицы

$$\rho(x) = \psi(x)\psi^*(x) \quad (15)$$

к ее импульсному представлению применяется аналогичная процедура

$$\phi(p_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) \exp\{ip_x x/\hbar\} dx, \quad (16)$$

$$\phi^*(p_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \exp\{-ip_x x/\hbar\} dx, \quad (17)$$

где в нерелятивистом случае (т.е. при малых скоростях движения частицы по сравнению со скоростью света)

$$p_x = mv_x = m \frac{dx}{dt} = mx' \quad (18)$$

–  $x$ -компонента импульса частицы, которая связана с ее скоростью  $v_x$  (т.е. производной ее координаты  $x$  по времени);

$$\hbar = h/2\pi \quad (19)$$

– редуцированная постоянная Планка.

При этом ФПРВ  $x$ -компоненты импульса частицы равен

$$\rho(p_x) = \phi(p_x)\phi^*(p_x) = |\phi(p_x)|^2. \quad (20)$$

Если место положение частицы описывается гауссовой ФПРВ (8), то выполняя действия (15) – (20) получим

$$\rho(p_x) = |\psi(p_x)|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi\left(\frac{\hbar}{2\sigma_x}\right)^2}} \exp\left\{-\frac{p_x^2}{2\left(\frac{\hbar}{2\sigma_x}\right)^2}\right\}, \quad (21)$$

или с учетом выражения (18), имеем ФПРВ производной исследуемого случайного процесса

$$\rho(x') = \frac{1}{\sqrt{2\pi\left(\frac{\hbar}{m2\sigma_x}\right)^2}} \exp\left\{-\frac{x'^2}{2\left(\frac{\hbar}{m2\sigma_x}\right)^2}\right\}. \quad (22)$$

Сравнивая ФПРВ производной (14) и (22), находим, что, если рассмотренные выше стохастический и квантово-механический подходы относятся к одному и тому же стационарному случайному процессу, то

$$\eta_x := \frac{\hbar}{m}. \quad (23)$$

Запишем это соотношение с учетом выражений (7)

$$\frac{2\sigma_x^2}{\tau_x} := \frac{\hbar}{m} \left[ \frac{M^2}{c} \right] \quad (24)$$

и отметим, что обе стороны этого соотношения имеют размерность кинематической вязкости  $[M^2/c]$ .

Из соотношения (24) следует связь между инертной массой хаотически блуждающей частицы, редуцированной постоянной Планка и основными характеристиками стационарного случайного процесса, в котором эта частица участвует

$$m := \frac{\hbar\tau_x}{2\sigma_x^2}. \quad (25)$$

Из выражения (25) видно, что отношение  $2\tau_x/\sigma_x^2$  определяет инертные свойства хаотически блуждающей частицы. Чем больше интервал автокорреляции  $\tau_x$  исследуемого случайного процесса, тем изменение направления

движения частицы более плавные (т.е. более инертные). С другой стороны, чем больше дисперсия  $D_x = \sigma_x^2$  (характеризующая усредненную величину отклонения блуждающей частицы от среднего значения), тем меньше ее сопротивляемость (инертность).

Таким образом, инертные свойства ХБЧ прямо пропорциональны  $\tau_x$  и обратно пропорциональны  $2\sigma_x^2$ .

### 3. Статистический подход к определению эталона массы

Перепишем соотношение (25) с учетом (19)

$$m := \frac{h\tau_x}{4\pi\sigma_x^2}. \quad (26)$$

Использование соотношения (26) для определения эталона массы полностью соответствует резолюциям 26-й ГКМВ. Действительно, в этом выражении имеется прямая связь между массой и постоянной Планка  $h$ .

Поэтому, если в природе найдется достаточно стабильный стационарный случайный процесс  $x(t)$  с ФПРВ близкой к гауссовой, то его можно принять в качестве эталонного и положить его в основу определения эталона инертной массы.

Для этого необходимо сделать две репрезентативные выборки из этого процесса:  $x_{k1}$  (в сечение  $t_1$ ) и  $x_{k2}$  (в сечение  $t_2$ ) (рис.1), на расстоянии между сечениями  $\tau_{xcor} = t_2 - t_1$  (где  $\tau_{xcor}$  оценка интервала автокорреляции  $\tau_x$ ), при котором коэффициент автокорреляции Пирсона  $r(x_{k1}, x_{k2})$  меньше некоторого критического параметра  $\varepsilon_{cr}$ , устойчиво стремящегося к нулю ( $\varepsilon_{cr} \rightarrow 0$ ) (рис. 2)

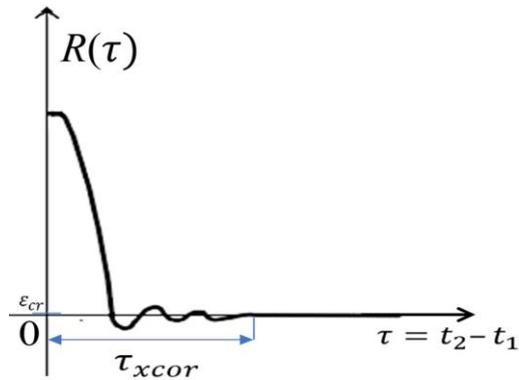
$$r(x_1, x_2) = \frac{\sum_{k=1}^N (x_{k1} - \bar{x}_{k1})(x_{k2} - \bar{x}_{k2})}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (x_{k1} - \bar{x}_{k1})^2 \sum_{k=1}^N (x_{k2} - \bar{x}_{k2})^2}} < \varepsilon_{cr} \rightarrow 0, \quad (27)$$

или

$$r(x_1, x_2) = \frac{\sum_{k=1}^N (x_{k1} - \bar{x}_{k1})(x_{k2} - \bar{x}_{k2})}{(N-1)\sqrt{D_{x1}D_{x2}}} < \varepsilon_{cr} \rightarrow 0,$$

где  $\bar{x}_1, D_{x1}$  – математическое ожидание и дисперсия в сечение  $t_1$ ;

$\bar{x}_2, D_{x2}$  – математическое ожидание и дисперсия в сечение  $t_2$ .



**Рис. 2** Интервал автокорреляции  $\tau_x \approx \tau_{xcor}$  – это промежуток времени между значениями корреляционной функции  $R(\tau = 0)$  и  $R(\tau_{xcor}) < \varepsilon_{cr}$ , где  $\varepsilon_{cr}$  – это малый критический параметр, устойчиво стремящаяся к нулю ( $\varepsilon_{cr} \rightarrow 0$ )

Для стационарного случайного процесса выполняются условия

$$\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}, \quad D_{x1} = D_{x2} = D_x. \quad (28)$$

Поэтому выражение (26) можно представить в виде приближённого равенства

$$m \approx \frac{h\tau_{xcor}}{4\pi D_x}. \quad (29)$$

Для использования выражения (29) в качестве эквивалента эталона массы необходимо:

1. Выбрать стабильный стационарный случайный процесс с ФПРВ близкой к распределению Гаусса, который может быть инспирирован в любой метрологической лаборатории;
2. Оценить его дисперсию  $D_x$  (с доверительной вероятностью, соответствующей  $n\sigma_x = n\sqrt{D_x}$ , где  $n$  – любое натуральное число, обеспечивающее заданный уровень точности);
3. Оценить интервал корреляции  $\tau_{xcor}$  при зафиксированном значении критического параметра  $\varepsilon_{cr}$ .

### 3. Эталонный тепловой шум

В качестве эталонного стационарного случайного процесса с практически гауссовой ФПРВ предлагается тепловой шум резистора с (т.е. шум Джонсона - Найквиста).

Спектральная плотность квадрата усредненной электродвижущей силы (ЭДС) теплового шума имеет вид [8]

$$\langle e_T^2 \rangle_f = 4k_B T R \frac{hf}{k_B T} \left( \exp \frac{hf}{k_B T} - 1 \right)^{-1} \text{ [В}^2\text{/Гц]}, \quad (30)$$

где  $T$  – температура,  $R$  – сопротивление резистора.

График этой функции показан на рис. 3

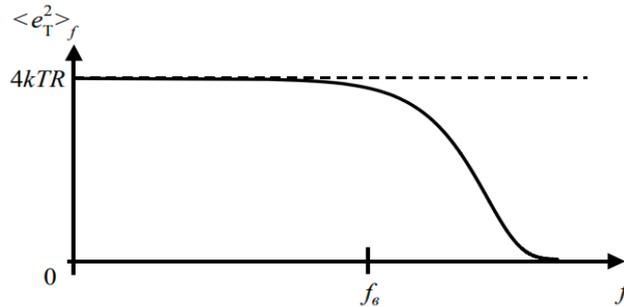


Рис. 3 Спектральная плотность квадрата усредненной ЭДС теплового шума

Автокорреляционная функция теплового шума может быть получена с помощью обратного преобразования Фурье

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \langle e_T^2 \rangle_f \exp\{i2\pi f\tau\} df = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4Rh2\pi f}{\left(\exp \frac{h2\pi f}{k_B T} - 1\right)} \exp\{i2\pi f\tau\} df.$$

Однако в области частот, для которой выполняется неравенство

$$\frac{hf}{k_B T} \ll 1 \quad (31)$$

спектральную плотность (30) можно считать постоянной, т.е. не зависящей от частоты (формула Найквиста) [8]:

$$\langle e_T^2 \rangle_f = 4k_B T R. \quad (32)$$

Поэтому тепловой шум в широком диапазоне от 0 Гц до верхней частоты порядка

$$f_g \approx \frac{k_B T}{h} \text{ [Гц]} \text{ (например, при } T=300 \text{ К имеем } f_g \approx 6 \cdot 10^{12} \text{ Гц)} \quad (33)$$

можно рассматривать как белый шум с автокорреляционной функцией:

$$R(\tau) = \sigma^2 \delta(\tau) = 4k_B T R \delta(\tau), \quad (34)$$

где  $\delta(\tau)$  – дельта функция;

$$\sigma^2 = D(e_T) = 4k_B T R \text{ [В}^2\text{с]} = \left[ \frac{\text{Дж}^2\text{с}}{\text{Кл}^2} \right] \quad (35)$$

– дисперсия рассматриваемого стационарного случайного процесса (т.е. теплового шума).

Умножим выражение (35) на постоянную величину, составленную из фундаментальных физических постоянных

$$\frac{e^2}{h^2 c^2} \text{ с размерностью } \left[ \frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^2 \text{Дж}^2} \right]. \quad (36)$$

В результате получим величину

$$\frac{4k_B T R e^2}{h^2 c^2} \text{ с размерностью } \left[ \frac{\text{с}}{\text{м}^2} \right]. \quad (37)$$

Обратная ей величина

$$\frac{h^2 c^2}{4k_B T R e^2} \text{ имеет размерность кинематической вязкости } \left[ \frac{\text{м}^2}{\text{с}} \right]. \quad (38)$$

Поэтому величину (38) можно поставить в соответствие с соотношением (24)

$$\frac{h^2 c^2}{4k_B T R e^2} := \frac{h}{2\pi m} := \frac{2\sigma_x^2}{\tau_x} \left[ \frac{\text{м}^2}{\text{с}} \right]. \quad (39)$$

Это соотношение позволяет выразить массу через параметры теплового шума (т.е. стабильного, стационарного случайного процесса)

$$m := \frac{2k_B T R e^2}{\pi h c^2}. \quad (40)$$

Для наиболее точного определения сопротивления  $R$  используем квантовый эффект Холла

$$R = \frac{h}{j e^2} = \frac{6,62607015 \cdot 10^{-34}}{j (1,602176634 \cdot 10^{-19})^2} = \frac{1}{j} 2,5812807459 \cdot 10^4 \text{ [Ом]}, \quad (41)$$

где  $j$  – целое число, связанное с фактором заполнения Ландау.

При подстановке выражения (41) в соотношение (40), получим

$$m := \frac{2}{j\pi} \frac{k_B T}{c^2}, \quad (42)$$

Данное соотношение соответствует формуле эквивалентности энергии  $E$  и массы А. Эйнштейна

$$m = \frac{E}{c^2}. \quad (43)$$

При этом эквиваленту массы  $m = 1$  кг соответствует большое значение тепловой энергии

$$k_B T = \frac{j\pi}{2} c^2 \approx 14 \cdot 10^{16} \text{ [Дж]}. \quad (44)$$

Однако международная система единиц (SI) допускает использование дольных величин. Поэтому в качестве эквивалента эталона массы может быть взята  $10^{-16}$  доля 1 кг.

Формально при фиксированных значениях фундаментальных постоянных  $k_B$  и  $c$  ничего не мешает принять в качестве эталона массы величину, соответствующую температуре, например, тройной точки воды  $T_i = 273,16$  К, или любой другой реперной точке температурной шкалы, например, точке кристаллизации алюминия  $T_i = 933,473$  К или точке кристаллизации меди  $T_i = 1357,77$  К. Тогда выражение (42) при  $j=1$  принимает вид

$$m_i := \frac{\pi}{2} \frac{k_B T_i}{c^2}. \quad (45)$$

Остается решить задачу передачи этой единицы эталонным (или образцовым) средствам измерения.

#### 4. Термоэлектрические полупроводниковые ампер-весы

Для поставленной выше задачи предлагается использовать ампер-весы, в которых противовес гравитационной массе создается нагретым закольцованным проводником, находящемся в постоянном магнитном поле.

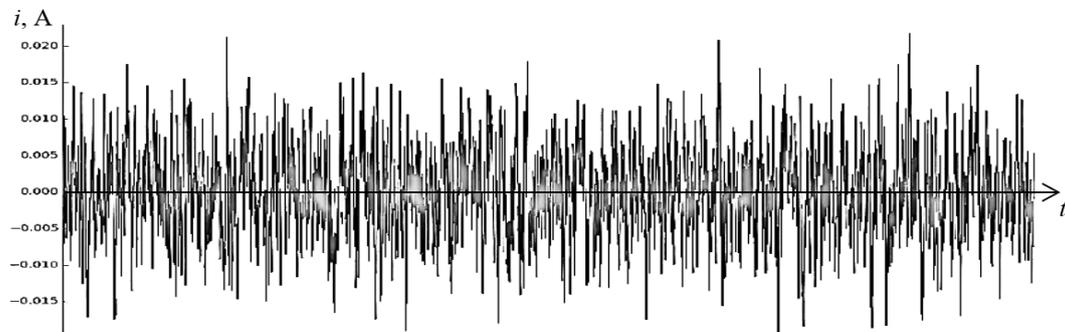
В таком закольцованном проводнике должен существовать тепловой шум со спектральной плотностью тока [8]

$$\langle i_T^2 \rangle_f = \frac{4k_B T_i}{R_k} \left[ \frac{A^2}{\Gamma_{\text{ц}}} \right], \quad (46)$$

где  $T_i$  – одна из реперных точек температурной шкалы.

$R_k = L\rho$  – сопротивление закольцованного проводника ( $L$  – длина проводника, т.е. длина окружности;  $\rho$  – погонное сопротивление проводника).

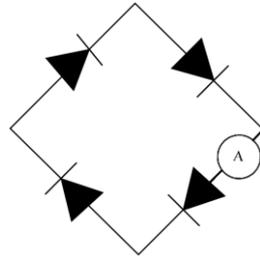
Однако тепловой шум в проводнике – это, практически, гауссов разнонаправленный случайный процесс (рис. 4).



**Рис. 4** Тепловой шум в закольцованном проводнике с сопротивлением  $R_k$

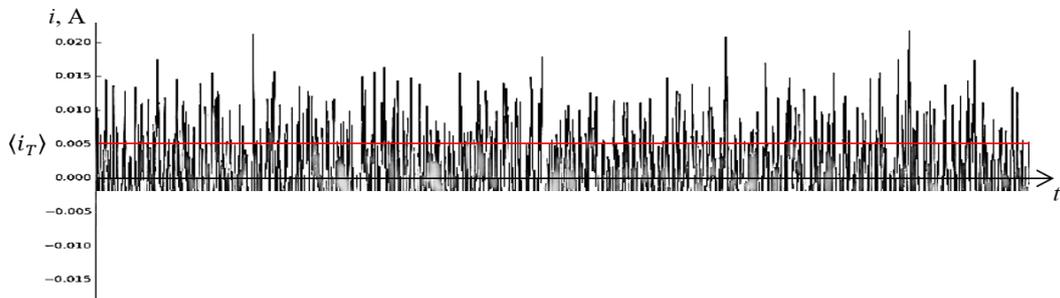
Поэтому следует ожидать, что в постоянном магнитном поле такой закольцованный проводник в среднем останется неподвижным.

В связи с этим предлагается использовать полупроводниковое кольцо с эквивалентной схемой, показанной на рис. 5.



**Рис. 5** Эквивалентная схема полупроводникового кольца

Идея полупроводникового кольца, показанного на рис. 5, принадлежит магистру МАИ Биндиману Александру Павловичу.



**Рис. 6** Ожидаемый тепловой шум в полупроводниковом кольце

При этом можно предположить, что в таком закольцованном полупроводнике должен циркулировать в среднем постоянный ток (рис. 6), приблизительно равный стандартному отклонению теплового шума

$$\langle i_T \rangle \approx \sqrt{\frac{4k_B T i}{R_k}} \text{ [A]}. \quad (47)$$

При более детальном рассмотрении следует учесть, что в полупроводниковом кольце имеются потенциальные барьеры (т.е. p-n переходы), поэтому в нем может существовать и составляющая дробового шума, а также возможны другие квантовые эффекты. Если такие квантовые эффекты будут обнаружены, то точность измерений значительно возрастет.

Термоэлектрический эффект может быть усилен, если собрать стопку из  $n$  изолированных друг от друга полупроводниковых колец. В этом случае

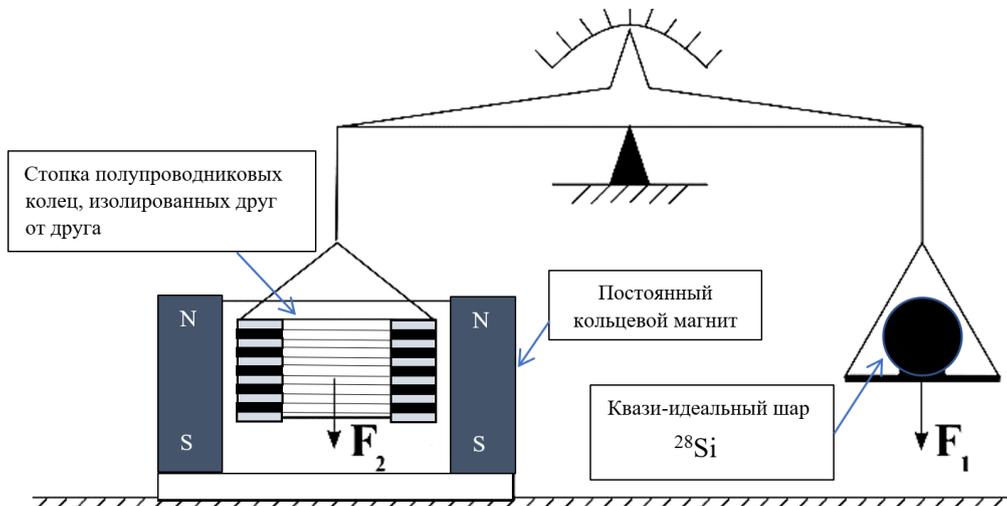
общий усредненный шумовой ток стопки полупроводниковых колец может быть оценен выражением

$$\langle I_s \rangle \approx n \sqrt{\frac{4k_B T_i}{R_k}} \quad [A]. \quad (48)$$

Не исключено, что в тонких полупроводниковых кольцах (толщиной несколько Ангстрем), находящихся в постоянном магнитном поле, могут наблюдаться высокотемпературные квантовые эффекты, типа квантового эффекта Холла. Если такой эффект будет обнаружен, то  $R_k$  будет определяться выражением типа (41), при этом точность определения теплового тока (48) значительно возрастет

$$\langle I_s \rangle \approx n \sqrt{\frac{4k_B T_i j e^2}{h}} \quad [A]. \quad (49)$$

Если данная гипотеза экспериментально подтвердится, то данный теплоэлектрический эффект может быть использован для создания полупроводниковых ампер-весов, предназначенных для передачи единицы веса эталонному (или образцовому) средству измерения. Схема таких полупроводниковых теплоэлектрических ампер-весов представлена на рис. 7.



**Рис. 7** Схема теплоэлектрических полупроводниковых ампер-весов для передачи меры массы эталонному или образцовому средству измерения (в частности, квази-идеальному кремневому шару)

В таких весах сила тяжести  $F_1 = mg$ , действующая на образцовый груз (в данном случае, квази-идеальный кремневый шар), компенсируется силой

$$F_2 = k_w \langle I_s \rangle \quad (50)$$

где  $k_w$  – коэффициент пропорциональности, который функционально зависит от магнитной индукции  $B$ , создаваемой постоянным кольцевым магнитом (рис. 7), и длиной активной части полупроводящего кольца  $l$ .

$$k_w \approx Bl$$

Равенство сил  $F_1$  и  $F_2$ , с учетом выражения (49), приводит к соотношению

$$m := \frac{Bl \langle I_s \rangle}{g} \approx \frac{Bl n}{g} \sqrt{\frac{4k_B e^2}{h}} T_i . \quad (51)$$

В качестве эталонного (или образцового) средства измерения, может быть использован квази-идеальный шар  $^{28}\text{Si}$  с массой 1г, с помощью которого может производиться передача единицы массы другим средствам измерения, согласно соответствующей поверочной схемы, и сличение показаний с термоэлектрическими полупроводниковыми ампер-весами, находящимися в различных лабораториях мира.

На основании выражения (51) можно принять в качестве эталона массы величину, соответствующую температуре, например, кристаллизации цинка  $T_i = 692,677 \text{ К}$

$$m := \frac{Bl n}{g} \sqrt{\frac{4k_B e^2}{h}} 692,677 . \quad (52)$$

Пусть  $B = 1 \text{ Тл}$ ,  $l = 1 \text{ м}$ ,  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ,  $n = 1$  тогда

$$m := \frac{Bl}{g} \sqrt{\frac{4k_B e^2}{h}} 692,677 \approx 13 \cdot 10^{-14} \text{ кг} \approx 1,3 \cdot 10^{-10} \text{ г} . \quad (53)$$

Для того, чтобы правая часть выражения (52) равнялась 1г, необходимо чтобы стопка изолированных закольцованных полупроводников состояла из

$n \approx 0,7 \cdot 10^{10} \approx 7 \cdot 10^9$  слоев. Действительно, подставляя данное значение  $n$  в выражение (52)

$$m := \frac{1 \times 1 \times 7 \cdot 10^9}{9,81} \sqrt{\frac{4k_B e^2}{h} 692,677} \approx 1 \text{ г}. \quad (54)$$

Если удастся получить толщину одного изолированного полупроводникового слоя порядка  $1,4 \text{ \AA} = 1,4 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ , то стопка из  $n = 7 \cdot 10^9$  таких слоев окажется высотой порядка  $H \approx 0,14 \cdot 10^{-9} \times 7 \cdot 10^9 \approx 1 \text{ м}$ .

Создание такой стопки изолированных закольцованных полупроводников находится на краю возможностей современных нанотехнологий. Увеличить толщину полупроводникового слоя возможно при значительном увеличении  $B$ ,  $T_i$ , и уменьшении  $R_k$ . Например, при  $R_k = 100 \text{ Ом}$ ,  $B = 1 \text{ Тл}$  и  $T_i = 692,677 \text{ К}$ , получаем величину

$$m := \frac{Bl}{g} \sqrt{\frac{4T_i k_B}{R_k}} \approx \frac{1}{9,81} \sqrt{\frac{4 \times 692,677 \times 1,380 \ 649 \cdot 10^{-23}}{100}} \approx 20,6 \cdot 10^{-12} \text{ кг} \approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ г}, \quad (55)$$

которая более, чем на два порядка больше величины (53). Поэтому и толщина закольцованного полупроводникового слоя в стопке высотой 1 м может быть увеличена примерно на два порядка до  $\sim 10^{-8} \text{ м}$ .

К сожалению, на данном этапе исследования невозможно установить основные ограничения предложенного метода. Основные метрологические характеристики термоэлектрических полупроводниковых ампер-весов могут быть установлены только в процессе экспериментальной реализации данного проекта.

#### 4. Выводы

Фиксация числовых значений фундаментальных физических постоянных  $h$ ,  $e$ ,  $k_B$ ,  $c$ ,  $N_A$  на основании резолюций 26-й ГКМВ, открывает широкие возможности применения различных физических принципов для определения эталонов физических величин.

В частности, в данной статье предлагается использовать возможность выражения отношения постоянной Планка к массе частицы через отношение основных усредненных характеристик гауссова стационарного случайного процесса: удвоенной дисперсии к коэффициенту автокорреляции этого процесса (24). Откуда следует искомая зависимость (29)

$$m \approx \frac{h\tau_{xcor}}{4\pi D_x}.$$

В качестве реализации данной идеи рассмотрена теоретическая возможность использования теплового шума в качестве гауссова стационарного случайного процесса.

В результате показано, что на основании выражения (51) можно принять в качестве эталона массы величину, соответствующую термодинамической температуре, например, тройной точки воды  $T_i = 273,16$  К (или любой другой реперной точке температурной шкалы, например, точке кристаллизации алюминия  $T_i = 933,473$  К, или точке кристаллизации цинка  $T_i = 692,677$  К)

$$m := \frac{Bln}{g} \sqrt{\frac{4k_B j e^2}{h} T_i}. \quad (56)$$

Данный эффект едва ощутимый. Например, при  $T_i = 692,677$  К,  $B = 1$  Тл,  $l = 1$  м,  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>,  $n = 1$ ,  $j = 1$ , согласно (53)  $m \approx 1,3 \cdot 10^{-10}$  г.

Однако все зависит от того, какую величину принять за эталон массы. Например, если в качестве эталона принять массу Планка  $M_p = 2,176434 \cdot 10^{-5}$  г, то подбором параметров  $T_i, B, l, n, j$  можно добиться  $m \approx M_p$  с заданной точностью при вполне приемлемых: температуре, магнитном поле и толщине закольцованного полупроводникового слоя стопки (рис. 7).

Не исключено, что создание теплоэлектрических полупроводниковых ампер-весов окажется не менее сложным и дорогостоящим проектом, чем ватт-баланс Киббла. Однако надежду на успех вселяет то обстоятельство, что в формуле (56) меньше параметров, подлежащих измерению и контролю, чем в формуле (1). Кроме того, измерение магнитной тяги в теплоэлектрическом

методе проводится в один этап, а весах Киббла фиктивная мощность получается в два этапа.

Вместе с тем, предлагаемый к изучению «теплоэлектрический эффект» связан с созданием тяги без подвода энергии от внешнего источника электропитания. В данном случае для возникновения ускоренного движения стопки закольцованных полупроводников (рис. 7) достаточно наличия постоянного магнитного поля и окружающей среды с высокой температурой.

Установка показанная на рис. 7 предполагает развитие двух проектов: 1) создание теплоэлектрических полупроводниковых ампер-весов; и 2) создание квази-идеального шара из кремния-28 с инертной массой порядка 1 г.

Только при объединении двух этих проектов в один проект позволит предусмотреть поверочные схемы с точностью, соответствующей требованиям 26-й ГКМВ, и выполнять сличение показаний теплоэлектрических полупроводниковых ампер-весов, находящихся в различных лабораториях мира.

Следует отметить, что критическое осмысление понятий масса и сила приводит к выводу, что более фундаментальными является понятия идеального и актуального ускорений (смотрите Приложении 1). Подробное обсуждение данного вопроса приведено в [11].

### **Благодарности**

За обсуждения вопросов, затронутых в данной статье, выражаю благодарность заместителю директора ВНИИМС, профессору Л. К. Исаеву, к.т.н., с.н.с. М. А. Бутюгину, начальнику отдела ВНИИМС Б. А. Иполитову, Д. В. Грицаенко и А. П. Биндиману.

### **Приложение 1**

#### **III Исключение понятия масса**

Вернемся к рассмотрению выражения (31)

$$m \approx \frac{h\tau_{xcor}}{4\pi D_x}. \quad (\text{П1})$$

Очевидно, что инерция исследуемой стохастической системы связана с отношением основных усредненных характеристик стационарного случайного процесса  $\tau_{xcor}/D_x$  с размерностью [с/м<sup>2</sup>].

Понятие масса ( $m$ ) в этом случае вводится искусственно по средством размерной константы  $h$ .

Другими словами, для описания инертных свойств тела не обязательно вводить понятие масса. Часто по траектории движения компактного объекта можно судить о его сопротивляемости силовым воздействиям, влияющим на изменение его состояния.

Аналогично, можно показать, что гравитационная масса является лишним понятием, которое вводится с помощью размерной константы – гравитационной постоянной  $G$ , а энергетическая масса искусственно вводится по средством размерной константы – постоянной Больцмана  $k_B$ .

В связи с вышесказанным вполне резонным и уместным является вопрос: – «Может быть следует полностью избавиться от понятия масса с размерностью килограмм?»

Это потребует полного пересмотра системы единиц измерения, но при этом наука очистилась от многих лишних и недостаточно определенных понятий таких, как: сила, энергия, импульс и т.д.

Развитие безмассовой концепции можно начать с переформулирования трех законов классической механики Ньютона:

Масс-зависимая концепция	Безмассовая концепция
<p><b>Первый закон Ньютона</b></p> $v_x = \frac{dx}{dt} = const,$ <p>при <math>F_x = 0</math>.</p>	<p><b>Первый закон масс-независимой механики</b></p> $v_x = \frac{dx}{dt} = const, \quad (\text{П2})$ <p>при <math>a_x = 0</math>.</p>

<p><b>Второй закон Ньютона</b>  <math>F_x = ma_x' \text{ [Н]},</math>                  где  <math>F_x</math> – <math>x</math>-компонента вектора силы;  <math>m</math> – масса тела;  <math>a_x' = \frac{d^2x}{dt^2}</math> – <math>x</math>-компонента «идеального» ускорения.</p>	<p><b>Второй закон масс-независимой механики</b>  <math>a_x = \mu_x a_x' \left[ \frac{\text{М}}{c^2} \right], \quad (\text{П3})</math>                  где  <math>a_x</math> – <math>x</math>-компонента «актуального» ускорения, с учетом сопротивляемости изменению состояния движения;  <math>a_x' = \frac{d^2x}{dt^2}</math> – <math>x</math>-компонента «идеального» ускорения;  <math>\mu_x</math> – безразмерный коэффициент сопротивляемости, связывающий «актуальное» и «идеальное» ускорения.</p>
<p><b>Третий закон Ньютона</b>                  Действие равно противодействию  <math>F_x = -F_x \text{ [Н]}.</math></p>	<p><b>Третий закон масс-независимой механики</b>  <math>a_x = -a_x \left[ \frac{\text{М}}{c^2} \right]. \quad (\text{П4})</math></p>

Очевидно, что при масс-независимой формулировке смысл и свойства механики совершенно не меняются. Исчезает только лишнее, неясное понятие «масса», которое на основании принципа «Бритва Оккама» должно быть отброшено.

Для того, чтобы сформулировать безмассовую концепцию на более фундаментальном уровне рассмотрим распространение луча света в вакууме со скоростью  $c$ , которое описывается квадратом интервала

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (\text{П5})$$

Вынесем величину  $c^2 dt^2$  за скобки, и извлечём корень из двух сторон получившегося выражения

$$ds = c dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (\text{П6})$$

где  $v = (dx^2 + dy^2 + dz^2)^{1/2}/dt = dl/dt \left[ \frac{\text{М}}{c} \right] \quad (\text{П7})$

– скорость движения источника света относительно вакуума.

Вектор 4-скорости в рамках специальной теории относительности (СТО) определяется выражением

$$u_i = dx_i/ds. \quad (\text{П8})$$

Подставим (П6) в (П8), в результате получим

$$u_i = \left[ \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \frac{v_x}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \frac{v_y}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \frac{v_z}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right]. \quad (\text{П9})$$

Продифференцировав компоненты 4-вектора скорости (П9) по  $ct$ , получим компоненты вектора 4-ускорения

$$\frac{du_i}{cdt} = \left[ \frac{d}{cdt} \left( \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right), \frac{d}{cdt} \left( \frac{v_x}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right), \frac{d}{cdt} \left( \frac{v_y}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right), \frac{d}{cdt} \left( \frac{v_z}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right) \right]. \quad (\text{П10})$$

Рассмотрим  $x$ -компоненту вектора 4-ускорения

$$\frac{du_x}{cdt} = \frac{d}{cdt} \left( \frac{v_x}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right), \quad (\text{П11})$$

где величина

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{v_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right) = a_x \left[ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right] \quad (\text{П12})$$

имеет размерность  $x$ -компоненты 3-мерного вектора ускорения.

Выполним операцию дифференцирования в левой части выражения (П12)

$$a_x = \left( \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \frac{v_x^2}{c^2 \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \right) \frac{dv_x}{dt}, \quad (\text{П13})$$

и введем обозначение

$$dv_x/dt = a'_x. \quad (\text{П14})$$

При этом выражение (П13) принимает вид

$$a_x = \left( \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \frac{v_x^2}{c^2 \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \right) a'_x, \quad (\text{П15})$$

где  $a_x$  – «актуальное» ускорение;

$a_x'$  – «идеальное» ускорение.

Полученное выражение (П15) имеет вид второго закона масс-независимой механики (П3)

$$a_x = \mu_x a_x', \quad (\text{П16})$$

где

$$\mu_x = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}} + \frac{v_x^2}{c^2 \left(1 - \frac{v_x^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (\text{П17})$$

– безразмерный коэффициент сопротивляемости вакуума, связывающий «актуальное» и «идеальное» ускорения источника света.

Коэффициент  $\mu_x$  показывает, как меняется сопротивление вакуума при изменении скорости перемещения источника света в направлении оси  $x$ .

Из выражения (П17) видно, что в самом начале движения (т.е. при  $v_x = 0$ ) сопротивляемость  $\mu_x = 1$ . Тогда как при  $v_x = c$ , вакуум становится практически бесконечным препятствием для дальнейшего увеличения скорости источника (т.е.  $\mu_x = \infty$ ).

Это подобно началу движения твердого тела в воздушном пространстве. В начале воздух практически не проявляет себя, однако по мере увеличения скорости тела, сопротивление воздуха нарастает и достигает максимума при скорости тела близкой к скорости звука.

Сопротивляемость вакуума (П17) связана с ограничением скорости света, и это свойство окружающего нас пространства лежит в основе всех физических явлений.

*Интересно отметить, что в SI единицей сопротивления является «Ом», а в Индуизме мантра «Ом» (ॐ) – это изначальная священная звуковая вибрация, которой Сотворено все Мироздание.*

Поэтому последовательное построение теории (статики, кинематики и динамики) на основе безразмерного понятия «сопротивляемость вакуума» естественным образом приведет к полной геометризации всех физических

воззрений (как показано в [11]), а из размерных фундаментальных постоянных останется только скорость света в вакууме и параметрический радиус Вселенной [11].

Исключение устаревшего эвристического понятия «масса» приведет к значительному прогрессу в философском переосмыслении окружающей реальности, а очищенная от этого понятия полностью геометризованная физика может привести к значительным технологическим прорывам в различных отраслях знаний.

### Список литературы

- [1] Kibble B. P., Robinson I.A., Belliss J.H. (1990) A Realization of the SI Watt by the NPL Moving-coil Balance/ *Metrologia*, Vol. 27, Number 4 .
- [2] Schlamminger S., (2019) Darine Haddad D. The Kibble balance and the kilogram, *Comptes Rendus Physique* 20(1-2) DOI:[10.1016/j.crhy.2018.11.006](https://doi.org/10.1016/j.crhy.2018.11.006) .
- [3] Li S., Zhang Z., Zhao W., Li Z., Huang S. (2014) Progress on accurate measurement of the Planck constant: watt balance and counting atoms *Chinese Physics B* Volume 24, Number 1, [arXiv:1409.7597](https://arxiv.org/abs/1409.7597) .
- [4] Mana G. & Schlamminger S. (2022) The kilogram: inertial or gravitational mass? [arXiv:2201.12136](https://arxiv.org/abs/2201.12136) .
- [5] Бронников К. А., Иващук В.Д., Калинин М.И., Хрущев В. В. (2018) Эволюция системы единиц измерений. К будущей ревизии международной Системы единиц (си) // Законодательная и прикладная метрология, №2.
- [6] Batanov-Gaukhman M. (2020) Derivation of The Generalized Time-Independent Schrödinger Equation. The New Stochastic Quantum Mechanics: “Think and Calculate”. *Avances en Ciencias e Ingeniería*. Vol. 11, nro 4 año 2020 Artículo 6 , URL <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-11-nro-4-ano-2020-articulo-6/> .
- [7] Gupta R. P. (2022) Varying Coupling Constants and Their Interdependence [arXiv:2201.11667](https://arxiv.org/abs/2201.11667) .

- 
- [8] Якимов А.В. (2013) Физика шумов и флуктуаций параметров//Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 85С.  
[http://www.unn.ru/books/met\\_files/Yakimov\\_Noise.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/Yakimov_Noise.pdf)
- [9] Верин О. Г. (2019?) Квантовый эффект холла и сверхпроводимость. URL <http://www.sciteclibrary.ru/yabb26.pdf> .
- [10] Гавриленко В.И., Иконников А.В. (2010) Квантовый эффект холла// Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,  
URL [http://www.unn.ru/books/met\\_files/QHE.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/QHE.pdf) .
- [11] Гаухман М.Х. (2017) Алгебра сигнатур. Безмассовая физика, ISBN 978-5-9216-0104-8, URL <http://metraphysics.ru/>