

5.3. Реперные векторы (тетрады)

Для понимания дальнейших рассуждений приведем чисто технические сведения из абсолютной дифференциальной геометрии. Рассмотрим возможность использования реперных векторов.

Любую косоугольную систему координат можно охарактеризовать четырьмя базисными векторами e_k (где $k = 0, 1, 2, 3$), контравариантные проекции этих векторов на оси координат для рассматриваемого случая равны [25]:

$$e_0^{(+)}(i,0,0,0); \quad e_1^{(+)}(0,1,0,0); \quad e_2^{(+)}(0,0,1,0); \quad e_3^{(+)}(0,0,0,1), \quad (5.36)$$

а

$$e_0^{(-)}(-i,0,0,0); \quad e_1^{(-)}(0,-1,0,0); \quad e_2^{(-)}(0,0,-1,0); \quad e_3^{(-)}(0,0,0,-1), \quad (5.37)$$

где $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица (длины реперных векторов в общем случае отличны от единицы).

При этом (5.30) можно выразить через скалярные произведения базисных векторов:

$$ds_\phi^2 = \langle ds_\phi^{(+)} \rangle^2 + \langle ds_\phi^{(-)} \rangle^2 = (e_i^{(+)} e_j^{(+)} + e_i^{(-)} e_j^{(-)}) d\xi^i d\xi^j = 0, \quad (5.38)$$

где компоненты метрических тензоров имеют вид

$$\langle n_{ij}^{(+)} \rangle = (e_i^{(+)} \cdot e_j^{(+)}) = e_i^{(+)} e_j^{(+)}; \quad \langle n_{ij}^{(-)} \rangle = (e_i^{(-)} \cdot e_j^{(-)}) = e_i^{(-)} e_j^{(-)}. \quad (5.39)$$

Введем взаимные реперы такие, что

$$e_i^{(+)} e^{k(+)} = \delta_i^k \quad (5.40)$$

и

$$e_i^{(-)} e^{k(-)} = \delta_i^k. \quad (5.41)$$

При этом имеем

$$\langle n^{ki(+)} \rangle dx_k dx_i = e^{k(+)} e^{i(+)} d\xi^i d\xi^j, \quad (5.42)$$

$$\langle n^{ki(-)} \rangle dx_k dx_i = e^{k(-)} e^{i(-)} d\xi^i d\xi^j. \quad (5.43)$$

$$\langle n_{ij}^{(+)} \rangle d\xi^i d\xi^j + \langle n_{ij}^{(-)} \rangle d\xi^i d\xi^j = 0,$$

Покажем, какую роль играют реперные вектора при преобразованиях обычных (3-мерных) декартовых систем координат. Рассмотрим две декартовые системы координат K (с координатными осями x, y, z) и K' (с координатными осями x', y', z') (рис. 5.2). Положение начала отсчета K' относительно K задается вектором r_0 . Из рис. 5.2 видно, что радиус вектора r и r' задающие положение точки M в системах K и K' , связаны соотношением

$$r = r' + r_0. \quad (5.44)$$

Если выразить r и r' через их проекции на соответствующие оси координат, то (5.44) можно представить в виде

$$i x + j y + k z = r_0 + i' x' + j' y' + k' z'. \quad (5.45)$$

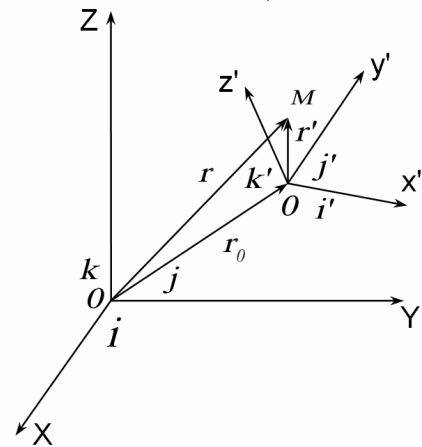


Рис. 5.2

Для нахождения связи между координатами точки M в системах отсчета K и K' необходимо скалярно умножить обе части этого равенства на соответствующий единичный вектор. Например, чтобы найти координату x надо произвести скалярное умножение на вектор i . В результате получим

$$x = r_0 \cdot i + i' \cdot i x' + j' \cdot i y' + k' \cdot i z', \quad (5.46)$$

или, что-то же самое:

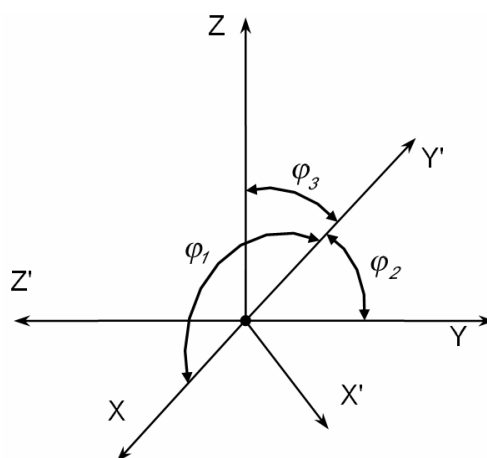


Рис. 5.3

$$x = r_{0x} + \cos(\mathbf{i}', \mathbf{i})x' + \cos(\mathbf{j}', \mathbf{i})y' + \cos(\mathbf{k}', \mathbf{i})z', \tag{5.47}$$

где, например, $\cos(\mathbf{j}', \mathbf{i})$ – косинус угла между ортонормированными векторами \mathbf{j}' и \mathbf{i} . Аналогично находятся выражения для координат y и z . Обратное преобразование можно получить, например, умножая обе части (5.45) на \mathbf{i}' , при этом найдем

$$x' = -r'_{0x} + \cos(\mathbf{i}, \mathbf{i}')x + \cos(\mathbf{j}, \mathbf{i}')y + \cos(\mathbf{k}, \mathbf{i}')z. \tag{5.49}$$

Чтобы упростить формулы преобразования, введем обозначения:

$$\begin{aligned} x &= x_1 & y &= x_2 & z &= x_3 \\ x' &= x'_1 & y' &= x'_2 & z' &= x'_3 \\ \mathbf{i} &= \mathbf{e}_1 & \mathbf{j} &= \mathbf{e}_2 & \mathbf{k} &= \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{i}' &= \mathbf{e}'_1 & \mathbf{j}' &= \mathbf{e}'_2 & \mathbf{k}' &= \mathbf{e}'_3, \end{aligned} \tag{5.50}$$

при этом

$$\cos(\mathbf{e}_m, \mathbf{e}'_n) = \alpha_{mn},$$

где $m = 1, 2, 3$ и $n = 1, 2, 3$.

Тогда преобразования (5.46) при $\mathbf{r}_0 = 0$ запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} x_1 &= \alpha_{11}x'_1 + \alpha_{12}x'_2 + \alpha_{13}x'_3 \\ x_2 &= \alpha_{21}x'_1 + \alpha_{22}x'_2 + \alpha_{23}x'_3 \\ x_3 &= \alpha_{31}x'_1 + \alpha_{32}x'_2 + \alpha_{33}x'_3. \end{aligned} \tag{5.51}$$

Эти преобразования осуществляются при вращении двух декартовых систем координат с общим началом отсчета относительно друг друга. Из проведенного выше анализа очевидно, что

$$\alpha_{mn} = \alpha_{nm}. \tag{5.52}$$

Откуда следует, что для однозначного определения взаимного положения двух декартовых систем координат достаточно знать не 9, а 6 компонент α_{mn} (или 6 углов). Более того, в силу того, что базисные векторы систем K и K' ортонормированны, т. е. имеют место соотношения

$$\mathbf{e}_m \cdot \mathbf{e}_n = \delta_{nm} \tag{5.53}$$

и

$$\mathbf{e}'_m \cdot \mathbf{e}'_n = \delta_{nm}, \tag{5.54}$$

то вообще достаточно задать только три угла $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ (рис. 5.3), которые называют углами Эйлера.

5.3.1. Базисные векторы тетрад

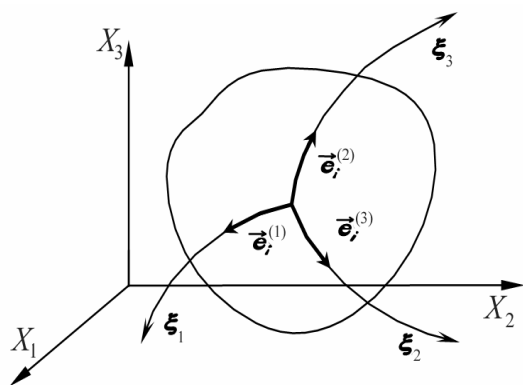


Рис. 5.4

Остановимся на рассмотрении реперов (четырёх базисных векторов тетрады, или просто тетрады). Под репером в данной работе подразумевается локальная в общем случае косоугольная 4-координатная система отсчета (одна – временная и три – пространственные координаты $e_i^{(+)} = e_i^{(a)}$), предназначенная для описания метрико-динамических свойств внешней стороны фундоскопического объема псевдоповерхности Естества (рис. 5.4). При этом ее внутреннюю сторону характеризует вторая тетрада $e_i^{(-)} = e_j^{(b)}$. Начала отсчета тетрад $e_i^{(a)}$ и $e_j^{(b)}$ в общем случае могут как не совпадать (рис. 5.5а), так и совпадать (рис. 5.5 б).

Каждый репер состоит из 4 базисных векторов $e_i^{(a)}$ ($e_i^{(0)}$, $e_i^{(1)}$, $e_i^{(2)}$, $e_i^{(3)}$). Каждый из базисных векторов (тетрад) характеризуется величиной и направлением, например

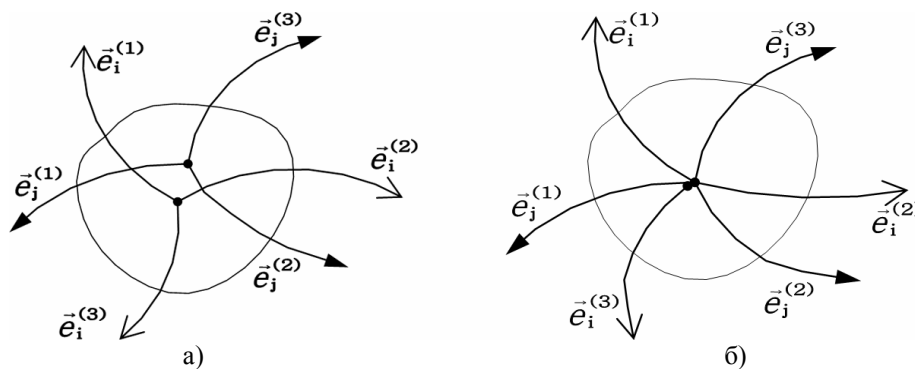


Рис. 5.5

$$e_i^{(a)} = q_i(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) \mathbf{k}^{(a)}, \tag{5.55}$$

где $q_i(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3)$ – в общем случае случайная амплитуда, задающая величину базисного вектора; $\mathbf{k}^{(a)}$ – единичный вектор ($|\mathbf{k}^{(a)}| = 1$, $a = 0, 1, 2, 3$), совпадающий с направлением (в общем случае косоугольной) координатной оси репера (тетрады) в начале его отсчета.

Случайные амплитуды $q_i(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3)$ созвучны, по сути, амплитудам квантовых теорий. Случайные функции являются произведениями двух случайных комплексно-сопряженных амплитуд

$$f_{ii}(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) = q_i(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) q_j^*(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3), \tag{5.56}$$

где $q_j^*(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3)$ – сопряженная случайная амплитуда.

Выражение (5.56) может быть представлено в более развернутом виде

$$f_{ii}(\xi_k) = |q_i(\xi_k)| \exp\{i\varphi_i(\xi_k)\} \cdot |q_j(\xi_k)| \exp\{-i\varphi_j(\xi_k)\}, \tag{5.57}$$

где $|q_i(\xi_k)|$ – действительная часть случайной комплексной 4-амплитуды $q_i(\xi_k)$, т. е. $|q_i(\xi_k)| = \text{Re}\{q_i(\xi_k)\}$. Характеризует величину и интенсивность метрико-динамических флуктуаций фундоскопического объема «тела» Протил-Плеромы;

$\varphi(\xi_k)$ – мнимая часть случайной комплексной 4-амплитуды $q_i(\xi_k)$ (т. е. $|q_i(\xi_k)| = \text{Im}(q_i(\xi_k))$). Задаёт характер и интенсивность вращательных движений тетрад относительно друг друга внутри фундоскопического объема «тела» Протил-Плеромы;

i – мнимая единица ($i = \sqrt{-1}$).

Согласно (5.32) и (5.55) имеем компоненты ультраметрического тензора

$$c_{ij}^{(ab)} = q_i(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) q_j^*(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) (\mathbf{k}^{(a)} \mathbf{k}^{(b)}), \quad (5.58)$$

где $(\mathbf{k}^{(a)} \mathbf{k}^{(b)})$ – скалярное произведение единичных векторов $\mathbf{k}^{(a)}$ и $\mathbf{k}^{(a)}$.

5.3.2. Простейший случай метрико-динамических флукутаций фундоскопической ячейки

Для упрощения рассмотрим вначале случай, когда тетрады $e_i^{(a)}$ и $e_j^{(b)}$ ортогональны, а все их базисные векторы единичны, т. е. $e_i^{(a)}(\mathbf{k}_i^{(0)}, \mathbf{k}_i^{(1)}, \mathbf{k}_i^{(2)}, \mathbf{k}_i^{(3)})$. В этом случае возможны 16 комбинаций и 16 подкомбинаций:

$$c_{ij}^{(I)} = c_{ij}^{(00)} = \begin{pmatrix} \vec{e}_i^{(0)} \vec{e}_j^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (+ + + +) \end{array} \quad (5.59)$$

$$c_{ij}^{(II)} = c_{ij}^{(01)} = \begin{pmatrix} \vec{e}_i^{(0)} \vec{e}_j^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (- - - +) \end{array} \quad (5.60)$$

$$c_{ij}^{(III)} = c_{ij}^{(02)} = \begin{pmatrix} \vec{e}_i^{(0)} \vec{e}_j^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (+ - - +) \end{array} \quad (5.61)$$

$$c_{ij}^{(IV)} = c_{ij}^{(03)} = \begin{pmatrix} \vec{e}_i^{(0)} \vec{e}_j^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (- - + -) \end{array} \quad (5.62)$$

$$c_{ij}^{(V)} = c_{ij}^{(10)} = \begin{pmatrix} \vec{e}_i^{(1)} \vec{e}_j^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (+ + + -) \end{array} \quad (5.63)$$

$$c_{ij}^{(VI)} = c_{ij}^{(20)} = (\vec{e}_i^{(2)} \vec{e}_j^{(0)}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (- + + -) \end{array} \quad (5.64)$$

$$c_{ij}^{(VII)} = c_{ij}^{(30)} = (\vec{e}_i^{(3)} \vec{e}_j^{(0)}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (+ + - +) \end{array} \quad (5.65)$$

$$c_{ij}^{(VIII)} = c_{ij}^{(11)} = (\vec{e}_i^{(1)} \vec{e}_j^{(1)}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (- + + +) \end{array} \quad (5.66)$$

$$c_{ij}^{(IX)} = c_{ij}^{(12)} = (\vec{e}_i^{(1)} \vec{e}_j^{(2)}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (+ + - -) \end{array} \quad (5.67)$$

$$c_{ij}^{(X)} = c_{ij}^{(13)} = (\vec{e}_i^{(1)} \vec{e}_j^{(3)}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (+ - + -) \end{array} \quad (5.68)$$

$$c_{ij}^{(XI)} = c_{ij}^{(21)} = (\vec{e}_i^{(2)} \vec{e}_j^{(1)}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (- - + +) \end{array} \quad (5.69)$$

Глава 5. Протил-Плерома (Порядок)

$$c_{ij}^{(XII)} = c_{ij}^{(22)} = (\vec{e}_i^{(2)} \vec{e}_j^{(2)}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (+ \ - \ - \ -) \end{array} \quad (5.70)$$

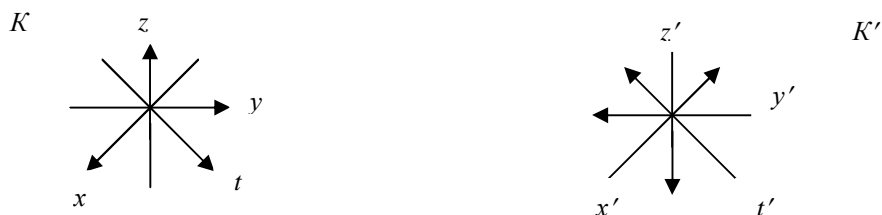
$$c_{ij}^{(XIII)} = c_{ij}^{(23)} = (\vec{e}_i^{(2)} \vec{e}_j^{(3)}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (- \ + \ - \ -) \end{array} \quad (5.71)$$

$$c_{ij}^{(XIV)} = c_{ij}^{(31)} = (\vec{e}_i^{(3)} \vec{e}_j^{(1)}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (- \ + \ - \ +) \end{array} \quad (5.72)$$

$$c_{ij}^{(XV)} = c_{ij}^{(32)} = (\vec{e}_i^{(3)} \vec{e}_j^{(2)}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (+ \ - \ + \ +) \end{array} \quad (5.73)$$

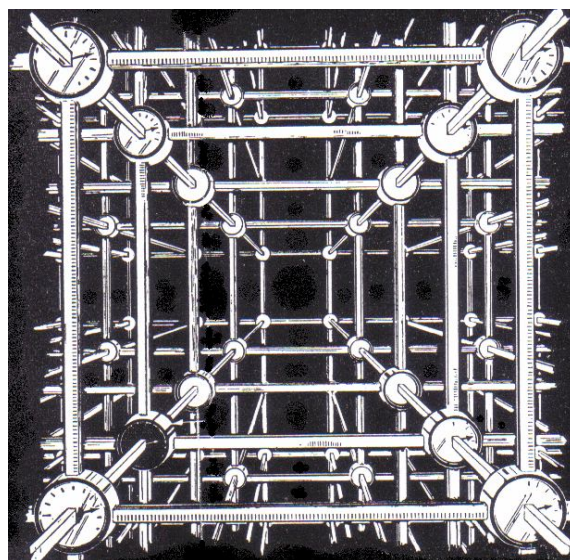
$$c_{ij}^{(XVI)} = c_{ij}^{(33)} = (\vec{e}_i^{(3)} \vec{e}_j^{(3)}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 16 \text{ возможных сочетаний двух реперов с сигнатурой} \\ (- \ - \ - \ -) \end{array} \quad (5.74)$$

Поясним, как два репера могут образовать 16 сочетаний при одной и той же сигнатуре, на примере сигнатуры $(- + - +)$. Пусть заданы две 4-мерные ортогональные системы отсчета: одна (K) – на внешней стороне некоего участка псевдоповерхности Естества, а другая (K') – на ее внутренней стороне. Условно обозначим их оси координат



В системах отсчета K и K' временные оси t и t' мы условно показали диагональными векторами, хотя более верно физическую ситуацию отражает данный рисунок.

Согласно нашим современным представлениям каждая точка естественной протяженности наделена двумя системами отсчета K и K' с двусторонними часами. Под двусторонними часами поразумеваются часы с двумя циферблатами, т. е. с циферблатами находящимися по две стороны данных часов. Однако точка естественной протяженности обязательно имеет конечные размеры, поэтому между этими двумя системами отсчета K и K' должен быть незримый зазор. Без такой незримой прослойки между внешней и внутренней сторонами естественной протяженности развиваемая здесь теория теряет физический смысл.



Решетка и метровых стержней и часов, имитирующая 4-мерную пространственно-временную координатную сеть []

Рассмотрим теперь все возможные скалярные произведения двух данных единичных ортогональных базисов, приводящих к сигнатуре $(- + - +)$

Таблица 5.1

1)		×		(-+-+)	9)		×	
2)		×		(-+-+)	10)		×	
3)		×		(-+-+)	11)		×	
4)		×		(-+-+)	12)		×	
5)		×		(-+-+)	13)		×	
6)		×		(-+-+)	14)		×	
7)		×		(-+-+)	15)		×	
8)		×		(-+-+)	16)		×	

Всего получается 16 сочетаний двух ортогональных 4-мерных реперов, приводящих к сигнатуре $(- + - +)$. Действительно, если два единичных вектора, принадлежащих одной и той же оси данных систем координат коллинеарны, то их скалярное произведение равно $+1$, или просто $(+)$; а если неколлинеарны, то -1 , или просто $(-)$. Алсигна полагает, что каждое из этих 16 сочетаний двух систем отсчета образует свою подсигнатуру сигнатуры $(- + - +)$, таким образом, данной сигнатуре соответствует 16 подсигнатур. Сигнатур всего 16, и каждой из них аналогичным образом соответствует по 16 подсигнатур. Поэтому полное число подсигнатур $16 \times 16 = 256$.

К этому результату можно прийти и другим путем. Единичных тетрад $e^{(a)}(e_i, e_i, e_j, e_k)$ шестнадцать:

$$\begin{array}{ll} e^{(1)}(1, 1, 1, 1); & e^{(9)}(-1, -1, -1, -1); \\ e^{(2)}(1, -1, 1, -1); & e^{(10)}(1, 1, 1, 1); \\ e^{(3)}(1, 1, -1, -1); & e^{(11)}(-1, -1, 1, 1); \\ e^{(4)}(1, -1, 1, -1); & e^{(12)}(-1, 1, -1, 1); \\ e^{(5)}(1, -1, -1, -1); & e^{(13)}(-1, 1, 1, 1); \\ e^{(6)}(1, 1, -1, 1); & e^{(14)}(-1, -1, 1, -1); \\ e^{(7)}(1, -1, 1, 1); & e^{(15)}(-1, 1, -1, -1); \\ e^{(8)}(1, 1, 1, -1); & e^{(16)}(-1, -1, -1, 1). \end{array}$$

При этом возможно $16 \times 16 = 256$ скалярных произведений $(e^{(a)} \cdot e^{(b)})$, каждое из которых задает одну из 256 подсигнатур.

Поэтому мы по необходимости должны полагать, что свето-геометрия должна учитывать подсигнатурные флуктуации, так чтобы сигнатура каждой конкретной инфраметрики была средней при учете флуктуаций всех 16 подсигнатур. Иначе говоря, инфраметрика (5.32 б), например, с сигнатурой $(- + - +)$ должна представляться в виде арифметического среднего от 16 подсигнатурных инфраметрик

$$c_{ij}^{(k)} = \begin{vmatrix} c_{00}^{(k)} & c_{10}^{(k)} & c_{20}^{(k)} & c_{30}^{(k)} \\ c_{01}^{(k)} & c_{11}^{(k)} & c_{21}^{(k)} & c_{31}^{(k)} \\ c_{02}^{(k)} & c_{12}^{(k)} & c_{22}^{(k)} & c_{32}^{(k)} \\ c_{03}^{(k)} & c_{13}^{(k)} & c_{23}^{(k)} & c_{33}^{(k)} \end{vmatrix} = \frac{1}{16} \left\{ \begin{vmatrix} c_{00}^{(k1)} & c_{10}^{(k1)} & c_{20}^{(k1)} & c_{30}^{(k1)} \\ c_{01}^{(k1)} & c_{11}^{(k1)} & c_{21}^{(k1)} & c_{31}^{(k1)} \\ c_{02}^{(k1)} & c_{12}^{(k1)} & c_{22}^{(k1)} & c_{32}^{(k1)} \\ c_{03}^{(k1)} & c_{13}^{(k1)} & c_{23}^{(k1)} & c_{33}^{(k1)} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c_{00}^{(k2)} & c_{10}^{(k2)} & c_{20}^{(k2)} & c_{30}^{(k2)} \\ c_{01}^{(k2)} & c_{11}^{(k2)} & c_{21}^{(k2)} & c_{31}^{(k2)} \\ c_{02}^{(k2)} & c_{12}^{(k2)} & c_{22}^{(k2)} & c_{32}^{(k2)} \\ c_{03}^{(k2)} & c_{13}^{(k2)} & c_{23}^{(k2)} & c_{33}^{(k2)} \end{vmatrix} + \dots + \begin{vmatrix} c_{00}^{(k16)} & c_{10}^{(k16)} & c_{20}^{(k16)} & c_{30}^{(k16)} \\ c_{01}^{(k16)} & c_{11}^{(k16)} & c_{21}^{(k16)} & c_{31}^{(k16)} \\ c_{02}^{(k16)} & c_{12}^{(k16)} & c_{22}^{(k16)} & c_{32}^{(k16)} \\ c_{03}^{(k16)} & c_{13}^{(k16)} & c_{23}^{(k16)} & c_{33}^{(k16)} \end{vmatrix} \right\} \quad (5.74a)$$

где сигнатура каждой подсигнатурной инфраметрики

$$c_{ij}^{(k\alpha)} = \begin{vmatrix} c_{00}^{(k\alpha)} & c_{10}^{(k\alpha)} & c_{20}^{(k\alpha)} & c_{30}^{(k\alpha)} \\ c_{01}^{(k\alpha)} & c_{11}^{(k\alpha)} & c_{21}^{(k\alpha)} & c_{31}^{(k\alpha)} \\ c_{02}^{(k\alpha)} & c_{12}^{(k\alpha)} & c_{22}^{(k\beta)} & c_{32}^{(k\alpha)} \\ c_{03}^{(k\alpha)} & c_{13}^{(k\alpha)} & c_{23}^{(k\alpha)} & c_{33}^{(k\alpha)} \end{vmatrix}$$

так же $(- + - +)$, но она образована одним соответствующим скалярным произведением внешнего и внутреннего 4-репера (см. табл. 5.1). Физически это означает, что оба такие 4-репера постоянно вращаются относительно друг друга, так что 1/16 часть времени они пребывают в одном из 16 возможных состояний показанных в табл. 5.1.

Таким образом, обобщенная теорема Пифагора (11.114) представляется в виде суммы $16 \times 16 = 256$ под-сигнатурных метрик $c_{ij}^{(k\alpha)}$

$$ds^2 = \frac{1}{16} \sum_{k=1}^{XVI} \sum_{\alpha=1}^{16} c_{ij}^{(k\alpha)} d\xi^i d\xi^j, \quad (5.74 б)$$

Глава 5. Протил-Плерома (Порядок)

При этом общее число компонент ифраматрического тензора $c_{ij}^{(ka)}$, наиболее полно описывающие флуктуирующее метрико-динамическое состояние исследуемого объема вакуума, равно $16 \times 16 \times 16 = 4096$. Одна с учетом симметричности матриц $c_{ij}^{(ka)} = c_{ji}^{(ka)}$ ситуация несколько упрощается и мы в итоге имеем матрицу состояния исследуемого объема вакуума состоящую из $10 \times 10 \times 10 = 1000$ элементов.

Сигнатуры ифраматрикс $c_{ij}^{(k)} = c_{ij}^{(ab)}$ образуют антисимметричную матрицу:

$$\text{sign}(c_{ij}^{(ab)}) = \begin{pmatrix} (+ + + +)^{00} & (+ + + -)^{10} & (- + + -)^{20} & (+ + - +)^{30} \\ (- - - +)^{01} & (- + + +)^{11} & (- - + +)^{21} & (- + - +)^{31} \\ (+ - - +)^{02} & (+ + - -)^{12} & (+ - - -)^{22} & (+ - + +)^{32} \\ (- - + -)^{03} & (+ - + -)^{13} & (- + - -)^{23} & (- - - -)^{33} \end{pmatrix}. \quad (5.75)$$

Действительно при $a \neq b$:

$$\text{sign}(c_{ij}^{(ab)}) = -\text{sign}(c_{ij}^{(ba)}). \quad (5.76)$$

Легко показать, что равенства (5.76) при сигнатурах (7.75) выполняются.

Повторим вначале правило сложения сигнатур. Сложим для примера ифраматрику $c_{ij}^{(XIV)} = c_{ij}^{(31)}$ (5.71) с ифраматрикой $c_{ij}^{(XVI)} = c_{ij}^{(33)}$ (5.74)

$$c_{ij}^{(31)} + c_{ij}^{(33)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Складывая их сигнатуры, получим тот же результат

$$\text{sign}(c_{ij}^{(31)}) + \text{sign}(c_{ij}^{(33)}) = \text{sign}(c_{ij}^{(XIV)}) + \text{sign}(c_{ij}^{(XVI)}) = \frac{\begin{pmatrix} - & + & - & - \\ - & - & - & - \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} - & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}} \text{сумма}. \quad (5.77)$$

При сложении сигнатур «минус» с «минусом» и «плюс» с «плюсом» складываются в одном столбце, а «плюсы» и «минусы» в одном столбце взаимно сокращаются. При вычитании сигнатур все наоборот: «минус» с «минусом» и «плюс» с «плюсом» компенсируют друг друга, а «плюс» с «минусом» складываются, например:

$$\text{sign}(c_{ij}^{(31)}) - \text{sign}(c_{ij}^{(33)}) = -\frac{\begin{pmatrix} - & + & - & - \\ - & - & - & - \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}} \text{разность} = +\frac{\begin{pmatrix} - & + & - & - \\ + & + & + & + \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}} \text{сумма}. \quad (5.78)$$

При умножении (делении) сигнатур одинаковые знаки в одном столбце приводят в результате к положительному знаку, а разные знаки – к отрицательному. Пример:

$$\text{sign}(c_{ij}^{(31)}) \times \text{sign}(c_{ij}^{(33)}) = \times \frac{\begin{pmatrix} - & + & - & - \\ - & - & - & - \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} + & - & + & + \end{pmatrix}} \text{произведение}. \quad (5.79)$$

Сложим в начале по отдельности сигнатуры, находящиеся в правом верхнем и левом нижнем углах матрицы (5.75):

$$\begin{pmatrix} + & + & + & + \\ - & - & - & + \\ + & - & - & + \\ - & - & + & - \\ + & + & - & - \\ - & + & - & - \\ + & - & + & - \\ \underline{0 & 0 & 0 & 0} \\ (+ & - & - & -) \text{сумма} \end{pmatrix} \quad (5.80) \quad \begin{pmatrix} - & - & - & - \\ + & + & + & - \\ - & + & + & - \\ + & + & - & + \\ - & - & + & + \\ + & - & + & + \\ - & + & - & + \\ \underline{0 & 0 & 0 & 0} \\ (- & + & + & +) \text{сумма} \end{pmatrix} \quad (5.81)$$

В результате получились сигнатуры $(+ - - -)^{11}$ и $(- + + +)^{22}$, находящиеся на главной диагонали той же матрицы (5.75). Эти ранжиры и являются ранжирами (5.19) и (5.20), лежащими в основе исходной «аддитивной» модели. При сложении результатов суммирования получим ожидаемый результат

$$\begin{aligned} & (+ - - -) \\ & + \frac{(- + + +)}{(0 \ 0 \ 0 \ 0)} \text{ сумма.} \end{aligned} \tag{4.82}$$

Можно, конечно, просто сложить все инфраметрики $c_{ij}^{(D)} \dots c_{ij}^{(XV)}$, т. е. матрицы (5.59) – (5.74), результат будет тот же.

Мы рассмотрели упрощенный вариант метрических флуктуаций, когда 4-реперы только вращаются относительно друг друга, так что их базисные вектора не изменяются по величине и степени искривленности. Метрико-динамические флуктуации фундоскопической ячейки «тела» Протил-Плеромы в этом случае связаны только со случайными дискретными переходами от одного взаимного сочетания двух реперов (тетрад) к одному из других 15 оставшихся сочетаний в одной и той же группе. Например, для инфраметрики $c_{ij}^{(VI)}$ согласно (5.64) возможны 16 состояний.

С течением длительности X_0 и от точки к точке 3-мерной протяженности (X_1, X_2, X_3) ультраметрики $c_{ij}^{(VI)}(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3, X_0, X_1, X_2, X_3)$ случайно флуктуируют – в том смысле, что имеют место постоянные, случайные переходы от состояния к состоянию. Образно это можно представить, как если бы оба репера хаотично вращались относительно друг друга, постоянно меняя ось вращения, однако таким образом, что сигнатура, например, инфраметрики $c_{ij}^{(VI)}$ постоянно остается одной и той же:

$$\text{sign}(c_{ij}^{(VI)}) = (- + + -).$$

Такие же вращательные флуктуационные процессы протекают со всеми инфраметриками (5.59) – (5.74). Что в совокупности и позволяет вообразить суть вращательных процессов внутри фундоскопического объема псевдоповерхности Естества.

5.3.3. Более сложный случай фундоскопических метрико-динамических флуктуаций

Измеряй все доступное измерению и делай недоступное измерению доступным.
Галилей

В предыдущем пункте был рассмотрен простейший случай, когда реперы состояли из ортогональных единичных базисных векторов:

$$\vec{e}_i^{(a)} = \vec{k}^{(a)}. \tag{5.83}$$

Пусть теперь каждый репер состоит из четырех ортогональных базисных векторов $e_i^{(a)} (e_i^{(0)}, e_i^{(1)}, e_i^{(2)}, e_i^{(3)})$, таких, что каждый из них характеризуется случайной комплексной – амплитудой $q_i (\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3)$ и направлением $k^{(a)}$:

$$e_i^{(a)} = q_i (\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) k^{(a)}. \tag{5.84}$$

В силу ортогональности ультраметрика $c_{ij}^{(k)}$ остается диагональной матрицей, но ее диагональные компоненты уже не единичны

$$c_{ij}^{(ab)} = (e_i^{(a)} e_j^{(b)}) = \begin{pmatrix} \pm q_0 q_0^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pm q_1 q_1^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm q_2 q_2^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pm q_3 q_3^* \end{pmatrix}, \tag{5.85}$$

где $q_i q_i^*$ – произведение комплексных амплитуд.

В данном случае помимо хаотичного взаимного вращения двух реперов относительно друг друга флуктуации обогащаются случайными изменениями амплитуд всех их базисных векторов. Иными словами, помимо хаотичных взаимно вращений двух реперов, олицетворяющих двойственную антиномию локального участка

Глава 5. Протил-Плерома (Порядок)

двухсторонней псевдоповерхности фундоскопического уровня Бытия, в данном случае имеют место еще и флуктуации формы и кривизны фундоскопического объема.

В еще более сложном случае базисные векторы реперов (тетрад) не ортогональны. При этом все 16 компонент каждой инфраметрики $c_{ij}^{(k)}$ являются случайными функциями

$$c_{ij}^{(ab)} = \left(\vec{e}_i^{(a)} \vec{e}_j^{(b)} \right) = \begin{pmatrix} q_0^{(a)} q_0^{(b)} & q_0^{(a)} q_1^{(b)} & q_0^{(a)} q_2^{(b)} & q_0^{(a)} q_3^{(b)} \\ q_1^{(a)} q_0^{(b)} & q_1^{(a)} q_1^{(b)} & q_1^{(a)} q_2^{(b)} & q_1^{(a)} q_3^{(b)} \\ q_2^{(a)} q_0^{(b)} & q_2^{(a)} q_1^{(b)} & q_2^{(a)} q_2^{(b)} & q_2^{(a)} q_3^{(b)} \\ q_3^{(a)} q_0^{(b)} & q_3^{(a)} q_1^{(b)} & q_3^{(a)} q_2^{(b)} & q_3^{(a)} q_3^{(b)} \end{pmatrix}. \quad (5.86)$$

Сигнатуры этих инфраметрик остаются теми же, что и в (5.59) – (5.74) соответственно. Для случая, когда базисные векторы не ортогональны, но единичны, то, например для $c_{ij}^{(X)}$, имеем при сигнатуре

$$\text{sign} (c_{ij}^{(X)}) = (+ - + -) \quad (5.87)$$

в случае сочетания тетрад

$$c_{ij}^{(X)} = \begin{pmatrix} + q_0 q_0^* & - q_0 q_1^* & + q_0 q_2^* & - q_0 q_3^* \\ + q_1 q_0^* & - q_1 q_1^* & + q_1 q_2^* & - q_1 q_3^* \\ + q_2 q_0^* & - q_2 q_1^* & + q_2 q_2^* & - q_2 q_3^* \\ + q_3 q_0^* & - q_3 q_1^* & + q_3 q_2^* & - q_3 q_3^* \end{pmatrix}, \quad (5.88)$$

а в случае другого сочетания тетрад при той же сигнатуре имеем

$$c_{ij}^{(X)} = \begin{pmatrix} + q_0 q_0^* & + q_0 q_1^* & + q_0 q_2^* & + q_0 q_3^* \\ - q_1 q_0^* & - q_1 q_1^* & - q_1 q_2^* & - q_1 q_3^* \\ + q_2 q_0^* & + q_2 q_1^* & + q_2 q_2^* & + q_2 q_3^* \\ - q_3 q_0^* & - q_3 q_1^* & - q_3 q_2^* & - q_3 q_3^* \end{pmatrix}. \quad (5.89)$$

Очевидно, что знаки компонент инфраметрики $c_{ij}^{(X)}$ (5.88) и (5.89) по главной диагонали совпадают и соответствуют знакам сигнатуры (5.63). Всего возможно 16 подобных комбинаций, в которых по главной диагонали знаки будут теми же самыми.