## 1.4.4. Спинорная Алгебра сигнатур

***Зог'ар**: «Постился с того дня 40 дней рав Хия, чтобы увидеть рабби Шимона. Сказано было ему Свыше – не достоин ты увидеть его. Заплакал рав Хия и продолжил пост еще 40 дней. И вот дано ему было в видении увидеть рабби Шимона с сыном равом Элиэзером, изучающими ТОРУ, и тысячи внимающих им. Произнес рабби Шимон: "Да войдет рав Хия и увидит, чем Воздает ТВОРЕЦ праведникам в будущем мире. Счастлив, кто придет сюда без стыда, своими силами устоит". И вот увидел рав Хия самого себя, входящего к ним, и встали все пред ним. А он, рав Хия, стесняясь, вошел и сел у подножия рабби Шимона».*

Все вышесказанное в данной главе известно и широко используется в современной Науке. То, что следует ниже, публикуется впервые.

Обычно специалисты в области специальной и общей теории относительности предпочитают в основу своих изысканий закладывать пространство Минковского с метрикой (1.4.24) и сигнатурой (+ – – –) именно потому, что в структуре такого пространства уже присутствуют спиновые свойства, описываемые набором матриц Паули (1.4.29).

Алсигна не делает предпочтение ни одному из 16-ти возможных типов метрических пространств с метриками (1.2.16):

$$
\begin{aligned}
&s^{(++++)2} = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 && s^{(----)2} = -x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 \\
&s^{(---+)2} = -x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 && s^{(+++-)2} = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 \\
&s^{(+--+)2} = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 && s^{(-++-)2} = -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 \\
&s^{(+---)2} = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 && s^{(-+++)2} = -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \\
&s^{(--+-)2} = -x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 && s^{(++-+)2} = x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 \\
&s^{(-+--)2} = -x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 && s^{(+-++)2} = x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \\
&s^{(+-+-)2} = x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 && s^{(-+-+)2} = -x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 \\
&s^{(++--)2} = x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 && s^{(--++)2} = -x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2
\end{aligned}
\qquad (1.4.43)
$$

Все эти метрические протяженности с различными сигнатурами (топологиями) Алсигна рассматривает в нераздельном аддитивном единстве.

Найдем спинорное представление для всех типов протяженностей с метриками (1.4.43). Результаты сведены в табл. 1.4.1.

Таблица 1.4.1

| | |
|---|---|
| 1 | $\begin{pmatrix} x_0+ix_3 & ix_1+x_2 \\ ix_1-x_2 & x_0-ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = x_0^2+x_1^2+x_2^2+x_3^2=0;\quad sign(++++)$ <br> $\begin{pmatrix} x_0+ix_3 & ix_1+x_2 \\ ix_1-x_2 & x_0-ix_3 \end{pmatrix} = x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$ <br> *где* <br> $\sigma_0^{(++++)}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \sigma_1^{(++++)}=\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix};\ \sigma_2^{(++++)}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};\ \sigma_3^{(++++)}=\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$ |
| 2 | $\begin{pmatrix} x_0+x_3 & ix_1+x_2 \\ ix_1-x_2 & x_0-x_3 \end{pmatrix}_{\det} = x_0^2+x_1^2+x_2^2-x_3^2=0;\quad sign(+++-)$ <br> $\begin{pmatrix} x_0+x_3 & ix_1+x_2 \\ ix_1-x_2 & x_0-x_3 \end{pmatrix} = x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ <br> *где* <br> $\sigma_0^{(+++-)}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \sigma_1^{(+++-)}=\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix};\ \sigma_2^{(+++-)}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};\ \sigma_3^{(+++-)}=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$ |
| 3 | $\begin{pmatrix} x_0+ix_3 & ix_1+x_2 \\ ix_1-x_2 & -x_0+ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2+x_1^2+x_2^2-x_3^2=0;\quad sign(-++-)$ <br> $\begin{pmatrix} x_0+ix_3 & ix_1+x_2 \\ ix_1-x_2 & -x_0+ix_3 \end{pmatrix} = -x_0\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$ <br> *где* <br> $\sigma_0^{(-++-)}=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \sigma_1^{(-++-)}=\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix};\ \sigma_2^{(-++-)}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};\ \sigma_3^{(-++-)}=\begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$ |
| 4 | $\begin{pmatrix} x_0+ix_3 & x_1+x_2 \\ -x_1+x_2 & x_0-ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = x_0^2+x_1^2-x_2^2+x_3^2=0;\quad sign(++-+)$ <br> $\begin{pmatrix} x_0+ix_3 & x_1+x_2 \\ -x_1+x_2 & x_0-ix_3 \end{pmatrix} = x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}-x_2\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$ <br> *где* <br> $\sigma_0^{(++-+)}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \sigma_1^{(++-+)}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};\ \sigma_2^{(++-+)}=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};\ \sigma_3^{(++-+)}=\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$ |

| | |
|---|---|
| 5 | $\begin{pmatrix} x_0+x_3 & ix_1+x_2 \\ -ix_1+x_2 & -x_0+x_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0;\quad sign(---+)$<br>$\begin{pmatrix} x_0+x_3 & ix_1+x_2 \\ -ix_1+x_2 & -x_0+x_3 \end{pmatrix} = -x_0\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} - x_2\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$<br>*где*<br>$\sigma_0^{(---+)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ \sigma_1^{(---+)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\ \sigma_2^{(---+)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\ \sigma_3^{(---+)} = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$ |
| 6 | $\begin{pmatrix} x_0+x_3 & ix_1+x_2 \\ ix_1-x_2 & -x_0+x_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0;\quad sign(-+++)$<br>$\begin{pmatrix} x_0+x_3 & ix_1+x_2 \\ ix_1-x_2 & -x_0+x_3 \end{pmatrix} = -x_0\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$<br>*где*<br>$\sigma_0^{(-+++)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ \sigma_1^{(-+++)} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix},\ \sigma_2^{(-+++)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\ \sigma_3^{(-+++)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$ |
| 7 | $\begin{pmatrix} x_0+x_3 & x_1+x_2 \\ x_1-x_2 & -x_0+x_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0;\quad sign(--++)$<br>$\begin{pmatrix} x_0+x_3 & x_1+x_2 \\ x_1-x_2 & -x_0+x_3 \end{pmatrix} = -x_0\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$<br>*где*<br>$\sigma_0^{(--++)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\ \sigma_1^{(--++)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};\ \sigma_2^{(--++)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};\ \sigma_3^{(--++)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ |
| 8 | $\begin{pmatrix} x_0+x_3 & -x_1+x_2 \\ x_1+x_2 & -x_0+x_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0;\quad sign(-+-+)$<br>$\begin{pmatrix} x_0+x_3 & -x_1+x_2 \\ x_1+x_2 & -x_0+x_3 \end{pmatrix} = -x_0\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - x_2\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$<br>*где*<br>$\sigma_0^{(-+-+)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ \sigma_1^{(-+-+)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\ \sigma_2^{(-+-+)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\ \sigma_3^{(-+-+)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$ |

| | |
|---|---|
| 9 | $\begin{pmatrix} x_0 - ix_3 & x_1 - ix_2 \\ x_1 + ix_2 & x_0 + ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 0; \quad sign(+--+)$<br>$\begin{pmatrix} x_0 - ix_3 & x_1 - ix_2 \\ x_1 + ix_2 & x_0 + ix_3 \end{pmatrix} = x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_2\begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} + x_3\begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix};$<br>*где*<br>$\sigma_0^{(+--+)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \ \sigma_1^{(+--+)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_2^{(+--+)} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}; \ \sigma_3^{(+--+)} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}.$ |
| 10 | $\begin{pmatrix} x_0 - x_3 & x_1 + x_2 \\ -x_1 + x_2 & x_0 + x_3 \end{pmatrix}_{\det} = x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0; \quad sign(++--)$<br>$\begin{pmatrix} x_0 - x_3 & x_1 + x_2 \\ -x_1 + x_2 & x_0 + x_3 \end{pmatrix} = x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x_1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_2\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$<br>*где*<br>$\sigma_0^{(++--)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \ \sigma_1^{(++--)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_2^{(++--)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_3^{(++--)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$ |
| 11 | $\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 - x_3 \end{pmatrix}_{\det} = \begin{vmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 - x_3 \end{vmatrix} = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0; \quad sign(+---)$<br>$\begin{pmatrix} x_0 + x_3 & x_1 + ix_2 \\ x_1 - ix_2 & x_0 - x_3 \end{pmatrix} = x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_2\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} - x_3\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$<br>*где*<br>$\sigma_0^{(+---)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \ \sigma_1^{(+---)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_2^{(+---)} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_3^{(+---)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$ |
| 12 | $\begin{pmatrix} x_0 + ix_3 & x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 & x_0 - ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0; \quad sign(+-++)$<br>$\begin{pmatrix} x_0 + ix_3 & x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 & x_0 - ix_3 \end{pmatrix} = x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_3\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$<br>*где*<br>$\sigma_0^{(+-++)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \ \sigma_1^{(+-++)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_2^{(+-++)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_3^{(+-++)} = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$ |

| | |
|---|---|
| 13 | $\begin{pmatrix} -x_0+ix_3 & x_1+x_2 \\ x_1-x_2 & x_0+ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0; \quad sign(--+-)$<br>$\begin{pmatrix} -x_0+ix_3 & x_1+x_2 \\ x_1-x_2 & x_0+ix_3 \end{pmatrix} = -x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - x_1\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_3\begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$<br>*где*<br>$\sigma_0^{(--+-)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \ \sigma_1^{(--+-)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_2^{(--+-)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_3^{(--+-)} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$ |
| 14 | $\begin{pmatrix} x_0-x_3 & x_1+x_2 \\ x_1-x_2 & x_0+x_3 \end{pmatrix}_{\det} = x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0; \quad sign(+-+-)$<br>$\begin{pmatrix} x_0-x_3 & x_1+x_2 \\ x_1-x_2 & x_0+x_3 \end{pmatrix} = x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$<br>*где*<br>$\sigma_0^{(+-+-)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \ \sigma_1^{(+-+-)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_2^{(+-+-)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_3^{(+-+-)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$ |
| 15 | $\begin{pmatrix} -x_0+ix_3 & x_1+x_2 \\ -x_1+x_2 & x_0+ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0; \quad sign(-+--)$<br>$\begin{pmatrix} -x_0+ix_3 & x_1+x_2 \\ -x_1+x_2 & x_0+ix_3 \end{pmatrix} = -x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + x_1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_2\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_3\begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$<br>*где*<br>$\sigma_0^{(-+--)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \ \sigma_1^{(-+--)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_2^{(-+--)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_3^{(-+--)} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$ |
| 16 | $\begin{pmatrix} -x_0+ix_3 & x_1+ix_2 \\ x_1-ix_2 & x_0+ix_3 \end{pmatrix}_{\det} = -x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0; \quad sign(----)$<br>$\begin{pmatrix} -x_0+ix_3 & x_1+ix_2 \\ x_1-ix_2 & x_0+ix_3 \end{pmatrix} = -x_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - x_1\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - x_2\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} - x_3\begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix};$<br>*где*<br>$\sigma_0^{(----)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \ \sigma_1^{(----)} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_2^{(----)} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_3^{(----)} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$ |

В табл. 1.4.1 приведены только частные случаи спинорных представлений квадратичных форм. Например, детерминанты всех тридцати пяти 2×2-матриц (спинтензоров):

$$\begin{pmatrix} x_0+x_3 & x_1+ix_2 \\ x_1-ix_2 & x_0-x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0-x_3 & x_1-ix_2 \\ x_1+ix_2 & x_0+x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0+x_3 & x_1-ix_2 \\ x_1+ix_2 & x_0-x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0-x_3 & x_1+ix_2 \\ x_1-ix_2 & x_0+x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_1-x_2 & -x_0+x_3 \\ x_0+x_3 & ix_1+x_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_0+x_1 & x_3+ix_2 \\ x_3-ix_2 & x_0-x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0-x_1 & x_3-ix_2 \\ x_3+ix_2 & x_0+x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0+x_1 & x_3-ix_2 \\ x_3+ix_2 & x_0-x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0-x_1 & x_3+ix_2 \\ x_3-ix_2 & x_0+x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_2-x_1 & -x_0+x_3 \\ x_0+x_3 & ix_2+x_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_0+x_2 & x_1+ix_3 \\ x_1-ix_3 & x_0-x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0-x_2 & x_1-ix_3 \\ x_1+ix_3 & x_0+x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0+x_2 & x_1-ix_3 \\ x_1+ix_3 & x_0-x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0-x_2 & x_1+ix_3 \\ x_1-ix_3 & x_0+x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_1-x_3 & -x_0+x_2 \\ x_0+x_2 & ix_1+x_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_0+x_3 & x_2+ix_1 \\ x_2-ix_1 & x_0-x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0-x_3 & x_2-ix_1 \\ x_2+ix_1 & x_0+x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0+x_3 & x_2-ix_1 \\ x_2+ix_1 & x_0-x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0-x_3 & x_2+ix_1 \\ x_2-ix_1 & x_0+x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_3-x_2 & -x_0+x_1 \\ x_0+x_1 & ix_3+x_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_0+x_1 & x_2+ix_3 \\ x_2-ix_3 & x_0-x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0-x_1 & x_2-ix_3 \\ x_2+ix_3 & x_0+x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0+x_1 & x_2-ix_3 \\ x_2+ix_3 & x_0-x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0-x_1 & x_2+ix_3 \\ x_2-ix_3 & x_0+x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_2-x_3 & -x_0+x_1 \\ x_0+x_1 & ix_2+x_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_0+x_2 & x_3+ix_1 \\ x_3-ix_1 & x_0-x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0-x_2 & x_3-ix_1 \\ x_3+ix_1 & x_0+x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0+x_2 & x_3-ix_1 \\ x_3+ix_1 & x_0-x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0-x_2 & x_3+ix_1 \\ x_3-ix_1 & x_0+x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_3-x_1 & -x_0+x_2 \\ x_0+x_2 & ix_3+x_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} ix_2-x_1 & -x_0+x_3 \\ x_0+x_3 & ix_2+x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_2-x_1 & x_0+x_3 \\ -x_0+x_3 & ix_2+x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_1-x_3 & x_0+x_2 \\ -x_0+x_2 & ix_1+x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_2-x_3 & x_0+x_1 \\ -x_0+x_1 & ix_2+x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ix_3-x_1 & x_0+x_2 \\ -x_0+x_2 & ix_3+x_1 \end{pmatrix} \qquad (1.4.44)$$

равны одной и той же квадратичной форме $x_0^2-x_1^2-x_2^2-x_3^2=0$.

Точно так же разветвляются (вырождаются) спинорные представления всех 16-ти квадратичных форм, приведенных в табл. 1.4.1.

*Любая дискретная вырожденность (т. е. многозначность) исходного идеального состояния при отклонении от идеальности приводит к расщеплению (квантованию) на дискретное множество неодинаковых состояний. Это является предвестником необходимости развития квантовой физики вакуума.*

Результаты вычислений, приведенных в табл. 1.4.1, для наглядности сведены в табл. 1.4.2.

Таблица 1.4.2

| Метрика | Аффинор | Стигнатура |
|---|---|---|
| $x_0^2+x_1^2+x_2^2+x_3^2$ | $x_0\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix}0 & i\\ i & 0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}i & 0\\ 0 & -i\end{pmatrix}$ | $\{++++\}$ |
| $x_0^2-x_1^2-x_2^2+x_3^2$ | $x_0\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}-x_1\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}-x_2\begin{pmatrix}0 & i\\ -i & 0\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}-i & 0\\ 0 & i\end{pmatrix}$ | $\{+--+\}$ |
| $x_0^2+x_1^2+x_2^2-x_3^2$ | $x_0\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix}0 & i\\ i & 0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ | $\{+++-\}$ |
| $x_0^2+x_1^2-x_2^2-x_3^2$ | $x_0\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}-x_2\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ | $\{++--\}$ |
| $-x_0^2+x_1^2+x_2^2-x_3^2$ | $-x_0\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix}0 & i\\ i & 0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix}-i & 0\\ 0 & -i\end{pmatrix}$ | $\{-++-\}$ |
| $x_0^2-x_1^2-x_2^2-x_3^2$ | $x_0\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}-x_1\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}-x_2\begin{pmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ | $\{+---\}$ |
| $x_0^2+x_1^2-x_2^2+x_3^2$ | $x_0\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}-x_2\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}i & 0\\ 0 & -i\end{pmatrix}$ | $\{++-+\}$ |
| $x_0^2-x_1^2+x_2^2+x_3^2$ | $x_0\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}-x_1\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}i & 0\\ 0 & -i\end{pmatrix}$ | $\{+-++\}$ |
| $-x_0^2-x_1^2-x_2^2+x_3^2$ | $-x_0\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}-x_1\begin{pmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{pmatrix}-x_2\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ | $\{---+\}$ |
| $-x_0^2-x_1^2+x_2^2-x_3^2$ | $-x_0\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}-x_1\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix}-i & 0\\ 0 & -i\end{pmatrix}$ | $\{--+-\}$ |
| $-x_0^2+x_1^2+x_2^2+x_3^2$ | $-x_0\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix}0 & i\\ i & 0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ | $\{-+++\}$ |

| | | |
|---|---|---|
| ${x_0}^2-{x_1}^2+{x_2}^2-{x_3}^2$ | $x_0\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}-x_1\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ | $\{+-+-\}$ |
| ${x_0}^2+{x_1}^2-{x_2}^2+{x_3}^2$ | $-x_0\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}-x_1\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ | $\{--++\}$ |
| ${x_0}^2-{x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2$ | $-x_0\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}-x_2\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix}-i & 0\\ 0 & -i\end{pmatrix}$ | $\{-+-+\}$ |
| $-{x_0}^2+{x_1}^2-{x_2}^2+{x_3}^2$ | $-x_0\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}+x_1\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}-x_2\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ | $\{-+-+\}$ |
| $-{x_0}^2-{x_1}^2-{x_2}^2-{x_3}^2$ | $-x_0\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}-x_1\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}-x_2\begin{pmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{pmatrix}-x_3\begin{pmatrix}-i & 0\\ 0 & -i\end{pmatrix}$ | $\{----\}$ |

Для решения ряда задач, связанных с многомерными вращательными процессами, шестнадцати видам аффиноров (табл. 1.4.2) удобно поставить в соответствие шестнадцать типов «цветных» кватернионов. Представление о «цветных» кватернионах вводится в следующем пункте.