1.5.3. Повороты 2-мерных метрических пространств

И познал я, что все, что Делает Б-Г, пребывает вовек; к этому нечего прибавить и от этого нечего убавить; и Б-Г Делает так, чтобы благоговели пред Лицем ЕГО.

Ког'елет (Екклесиаст)

«Расслоим» интервал $s^2 = c^2t^2 - x^2$ на два сомножителя

$$s_x^{\,2} = c^2t^2 - x^2 = (ct + x)\,(ct - x). \tag{1.5.23}$$

Запишем (1.5.23) в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} s_{x1}^2 & 0 \\ 0 & s_{x2}^2 \end{pmatrix} = (\sigma_t ct + \sigma_x x)(\sigma_t ct - \sigma_x x) = \sigma_t \sigma_t c^2 t^2 + (\sigma_t \sigma_x - \sigma_x \sigma_t) ctx - \sigma_x \sigma_x x^2$$

$$= \begin{pmatrix} c^2t^2 - dx^2 & 0 \\ 0 & -dx^2 + c^2t^2 \end{pmatrix}, \tag{1.5.24}$$

где σ_t и σ_x – 2×2-матрицы, удовлетворяющие условиям

$$\sigma_t \sigma_x - \sigma_x \sigma_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_t \sigma_t + \sigma_x \sigma_x = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{1.5.25}$$

т. е. являются образующими соответствующей алгебры Клиффорда.

2). Аналогично при распространении прямого луча света вдоль оси y, имеем

$$s_x^{\,2} = c^2t^2 - y^2 = (ct + y)\,(ct - y) \tag{1.5.26}$$

или

$$\begin{pmatrix} s_{y1}^2 & 0 \\ 0 & s_{y2}^2 \end{pmatrix} = (\sigma_t ct + \sigma_y y)(\sigma_t ct - \sigma_y y) = \sigma_t \sigma_t c^2 t^2 + (\sigma_t \sigma_y - \sigma_y \sigma_t) cty - \sigma_y \sigma_y y^2 =$$

$$= \begin{pmatrix} c^2 t^2 - y^2 & 0 \\ 0 & -y^2 + c^2 t^2 \end{pmatrix}, \qquad (1.5.27)$$

где σ_t и σ_y – 2×2-матрицы, удовлетворяющие условиям

$$\sigma_t \sigma_y - \sigma_y \sigma_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_t \sigma_t = \sigma_y \sigma_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \qquad (1.5.28)$$

3). Точно так же при распространении прямого луча света вдоль оси z, имеем

$$s_x^2 = c^2 t^2 - z^2 = (ct + z)\,(ct - z) \qquad (1.5.29)$$

или

$$\begin{pmatrix} s_{z1}^2 & 0 \\ 0 & s_{z2}^2 \end{pmatrix} = (\sigma_t ct + \sigma_z z)(\sigma_t ct - \sigma_z z) = \sigma_t \sigma_t c^2 t^2 + (\sigma_t \sigma_z - \sigma_z \sigma_t) ctz - \sigma_z \sigma_z z^2 =$$

$$= \begin{pmatrix} c^2 t^2 - z^2 & 0 \\ 0 & -z^2 + c^2 t^2 \end{pmatrix},$$

где σ_t и σ_y – 2×2-матрицы такие, что

$$\sigma_t \sigma_z - \sigma_z \sigma_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_t \sigma_t = \sigma_z \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \qquad (1.5.30)$$

Обобщая все три выше приведенных случая, имеем интервал с сигнатурой (+ – – –)

$$s_x^2 = c^2 t^2 - r^2 = (ct + r)\,(ct - r), \qquad (1.5.31)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ – длина вектора $\vec{r} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$, задающего направление распространения прямого луча света в 3-мерном пространстве.

Препарируем теперь модуль данного вектора

$$\begin{pmatrix} r^2 & 0 \\ 0 & r^2 \end{pmatrix} = (\sigma_x x + \sigma_y y + \sigma_z z)(\sigma_x x + \sigma_y y + \sigma_z z) =$$
$$= \sigma_x \sigma_x x^2 + \sigma_y \sigma_y y^2 + \sigma_z \sigma_z z^2 + (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x) xy + + (\sigma_x \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) xz + (\sigma_z \sigma_y + \sigma_z \sigma_x) zy = \tag{1.5.32}$$
$$= \sigma_x \sigma_x x^2 + \sigma_y \sigma_y y^2 + \sigma_z \sigma_z z^2 = \begin{pmatrix} x^2 + y^2 + z^2 & 0 \\ 0 & x^2 + y^2 + z^2 \end{pmatrix}.$$

Откуда следует, что 2×2-матрицы $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ должны удовлетворять соотношениям

$$\sigma_x \sigma_x = \sigma_y \sigma_y = \sigma_z \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$
$$\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x = \sigma_x \sigma_z + \sigma_z \sigma_x = \sigma_z \sigma_y + \sigma_z \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{1.5.33}$$

Объединяя эти условия с условиями (1.5.25), (1.5.28), (1.5.30), окончательно имеем

$$\sigma_t \sigma_t = \sigma_x \sigma_x = \sigma_y \sigma_y = \sigma_z \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$
$$\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x = \sigma_x \sigma_z + \sigma_z \sigma_x = \sigma_z \sigma_y + \sigma_z \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \tag{1.5.34}$$
$$\sigma_t \sigma_x - \sigma_x \sigma_t = \sigma_t \sigma_y - \sigma_y \sigma_t = \sigma_t \sigma_z - \sigma_z \sigma_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Всем этим условиям удовлетворяет набор из четырех матриц Паули:

$$\underset{I}{\sigma_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}; \quad \underset{H}{\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}; \quad \underset{V}{\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}}; \quad \underset{H'}{\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}}, \tag{1.5.35}$$

которым в свою очередь соответствуют ортогональные повороты соответствующих плоскостей (1.5.17), (1.5.18), (1.5.22).

В силу однородности и изотропности метрического пространства Минковского, на самом деле может реализоваться любая из шести ниже приведенных комбинаций:

$$\sigma_t = \overset{I}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}};\ \sigma_x = \overset{H}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}};\ \sigma_y = \overset{V}{\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}};\ \sigma_z = \overset{H'}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}};$$

$$\sigma_t = \overset{I}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}};\ \sigma_x = \overset{H}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}};\ \sigma_z = \overset{H'}{\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}};\ \sigma_y = \overset{V}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}};$$

$$\sigma_t = \overset{I}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}};\ \sigma_y = \overset{V}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}};\ \sigma_x = \overset{H}{\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}};\ \sigma_z = \overset{H'}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}};$$

$$\sigma_t = \overset{I}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}};\ \sigma_y = \overset{V}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}};\ \sigma_z = \overset{H'}{\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}};\ \sigma_x = \overset{H}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}};$$

$$\sigma_t = \overset{I}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}};\ \sigma_z = \overset{H'}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}};\ \sigma_x = \overset{H}{\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}};\ \sigma_y = \overset{V}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}}; \qquad (1.5.36)$$

$$\sigma_t = \overset{I}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}};\ \sigma_z = \overset{H'}{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}};\ \sigma_y = \overset{V}{\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}};\ \sigma_x = \overset{H}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}}.$$

Поэтому в равной степени имеют право на осуществление любая из ниже приведенных линейных форм (аффиноров):

$$\begin{pmatrix} r_1^2 & 0 \\ 0 & r_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ct + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} z;$$

$$\begin{pmatrix} r_2^2 & 0 \\ 0 & r_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ct + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} z;$$

$$\begin{pmatrix} r_3^2 & 0 \\ 0 & r_3^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ct + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} z;$$

$$\begin{pmatrix} r_4^2 & 0 \\ 0 & r_4^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ct + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} z;$$

$$\begin{pmatrix} r_5^2 & 0 \\ 0 & r_5^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ct + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} z;$$

$$\begin{pmatrix} r_6^2 & 0 \\ 0 & r_6^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ct + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} z. \qquad (1.5.37)$$

Божественность Проявляется только во всеобъемлющей Полноте, а Принцип Полноты требует учета всех вариантов возможного.

«Не бывает, чтобы в завершенной вещи было ра (зло). Это свидетельство того, что все Действия ТВОРЦА абсолютная Полнота и Тов (Добро)» (Даат Твуанот, Рамхаль).

Поэтому если среди линейных форм (1.5.37) нет более предпочтительных, то их проявление равновероятно. При этом дублет (1.5.32) с учетом шести вариантов (1.5.37) должен определяется статистически

$$\begin{pmatrix} r^2 & 0 \\ 0 & r^2 \end{pmatrix} = \frac{1}{6}\sum_{k=1}^{6}\begin{pmatrix} r_k^2 & 0 \\ 0 & r_k^2 \end{pmatrix}. \qquad (1.5.38)$$

В этом пункте препарирована, только одна квадратичная форма (1.5.31) с сигнатурой (+ – – –). Подобным образом можно «расщепить» все 16 квадратичных форм (1.4.43).

Еще раз отметим, что дискретный ряд возможностей реализации одного и того же, состояния участка аффинной или метрической протяженности предопределяет необходимость развития «квантовой физики вакуума».