1.7.7. Вектор 4-скорости

В специальной теории относительности (СТО) вводится очень изящное понятие «*четырехмерный вектор скорости*» (4-скорость) [31]

$$u^i = dx^i / ds \,, \tag{1.7.43}$$

где

$$ds = cdt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \tag{1.7.44}$$

– интервал пространства Минковского.

Чтобы получить интервал (1.7.44), необходимо в правой части метрики

$$ds^{(-)2} = c^2\,dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \tag{1.7.45}$$

с сигнатурой (– + + +) вынести величину c^2dt^2 *за скобку и извлечь корень из двух сторон получившегося выражения.*

Подставляя (1.7.44) в (1.7.43), получим компоненты 4-скорости [31]

$$u_i = \left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\quad \frac{v_x}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\ \frac{v_y}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\ \frac{v_z}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right]. \tag{1.7.46}$$

Компоненты 4-скорости являются безразмерными величинами.

Замечая, что выражение (1.7.45) может быть представлено в расслоенном виде $ds^2 = dx^{i\prime} dx_i{}''$, имеем [31]

$$u_i u^i = 1. \tag{1.7.47}$$

Поясним данное утверждение. Для этого «расслоим» метрику (1.7.45)

$$ds'ds'' = c\,dt'cdt'' - dx'dx'' - dy'\,dy'' - dz'dz''. \tag{1.7.48}$$

Разделим теперь обе части выражения (1.7.48) на $ds'ds''$, в результате получим

$$1 = \frac{cdt'}{ds'}\frac{cdt''}{ds''} - \frac{dx'}{ds'}\frac{dx''}{ds''} - \frac{dy}{ds'}\frac{dy'}{ds''} - \frac{dz'}{ds'}\frac{dz''}{ds''}\,. \tag{1.7.49}$$

Обозначим

$$\frac{dx_i'}{ds'} = u_i, \qquad \frac{dx_i''}{ds''} = u^i, \tag{1.7.50}$$

где

$$ds' = cdt'\sqrt{1 - \frac{dx'^2 + dy'^2 + dz'^2}{c^2 dt'^2}} = cdt'\sqrt{1 - \frac{v_x'^2 + v_y'^2 + v_y'^2}{c^2}} = cdt'\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}},$$

$$ds'' = cdt''\sqrt{1 - \frac{dx''^2 + dy''^2 + dz''^2}{c^2 dt''^2}} = cdt'\sqrt{1 - \frac{v_x''^2 + v_y''^2 + v_y''^2}{c^2}} = cdt''\sqrt{1 - \frac{v''^2}{c^2}}.$$

При этом выражение (1.7.49) приобретает вид условия (1.7.47). Откуда видим, что внутренняя структура специальной теории относительности Эйнштейна изначально носит двусторонний характер. Согласно (1.7.50)

$$u_i = \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \frac{v_x}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \frac{v_y}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \frac{v_z}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right] \tag{1.7.51}$$

– 4-скорость движения *личины* одной из сторон локального участка протяженности $\lambda_{m \div n}$-вакуума;

$$u^i = \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \frac{v^x}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \frac{v^y}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \frac{v^z}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right] \tag{1.7.52}$$

– 4-скорость движения *изнанки* той же стороны того же участка протяженности $\lambda_{m \div n}$-вакуума.

Отметим, что для метрической протяженности с метрикой, например:

$$(e^{(2)} \cdot e^{(13)}) \Rightarrow ds^{(----)2} = -c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \tag{1.7.53}$$

имеем

$$ds^{(----)} = cdt\sqrt{-1-\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{c^2dt^2}} = cdt\sqrt{-1-\frac{dx^2}{c^2dt^2}-\frac{dy^2}{c^2dt^2}-\frac{dz^2}{c^2dt^2}} =$$
$$= cdt\sqrt{-1-\frac{v_x^2+v_y^2+v_y^2}{c^2}} = icdt\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}, \tag{1.7.54}$$

а для тороидальной метрической протяженности с метрикой, например:

$$ds^{(+-+-)\,2} = c^2dt^2 - dx^2 + dy^2 - dz^2, \tag{1.7.55}$$

получим

$$ds^{(+-+-)} = cdt\sqrt{1-\frac{dx^2-dy^2+dz^2}{c^2dt^2}} = cdt\sqrt{1-\frac{dx^2}{c^2dt^2}+\frac{dy^2}{c^2dt^2}-\frac{dz^2}{c^2dt^2}} =$$
$$= cdt\sqrt{1-\frac{v_x^2-v_y^2+v_y^2}{c^2}}. \tag{1.7.56}$$

Откуда замечаем, что полноценную скорость $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_y^2}$ в подкоренном выражении для интервала получаем, только в случае метрических протяженностей с сигнатурами

$$\overset{\text{H'}}{(+\,+\,+\,+)},\quad \overset{\text{V}}{(+\,-\,-\,-)},\quad \overset{\text{H}}{(-\,+\,+\,+)},\quad \overset{\text{I}}{(-\,-\,-\,-)}, \tag{1.7.57}$$

которые являются диагональными компонентами основного вида матрицы сигнатур (1.7.32а).

Для всех 12-ти 4-протяженностей с оставшимися в матрице (1.7.32а) сигнатурами, полноценной скорости не получается. Например, для протяженности с сигнатурой (+ + + –) получим $v^2 = v_x^2 + v_y^2 - v_y^2$, а для протяженности с сигнатурой (– + – –) имеем $v^2 = v_x^2 - v_y^2 - v_y^2$ и т. д.