## 1.9.3. Уравнения геодезических линий внешней и внутренней сторон $\lambda_{m\div n}$-вакуума

Поочередно подставляя интервал $ds^{(-)}$ из метрики (1.9.6) и интервал $ds^{(+)}$ из метрики (1.9.8) в функционал (1.8.2), вариационным методом подобно (1.8.2) – (1.8.10) найдем уравнения геодезических линий:

1) для *внешней* стороны исследуемого участка $\lambda_{m\div n}$-вакуума:

$$\frac{d^2x^\lambda}{ds^{(-)2}} = -\Gamma^{\lambda(-)}_{ik}\frac{dx^i}{ds^{(-)}}\frac{dx^k}{ds^{(-)}},$$

(1.9.20)

где

$$\Gamma^{\lambda(-)}_{ik} = \frac{1}{2}g^{(-)\lambda\mu}\left(\frac{\partial g^{(-)}_{\mu k}}{\partial x^i} + \frac{\partial g^{(-)}_{i\mu}}{\partial x^k} - \frac{\partial g^{(-)}_{ik}}{\partial x^\mu}\right). \qquad (1.9.21)$$

2) для *внутренней* стороны того же участка $\lambda_{m\div n}$-вакуума:

$$\frac{d^2x^\lambda}{ds^{(+)2}} = -\Gamma^{\lambda(+)}_{ik}\frac{dx^i}{ds^{(+)}}\frac{dx^k}{ds^{(+)}},$$

(1.9.22)

где

$$\Gamma^{\lambda(+)}_{ik} = \frac{1}{2}g^{(+)\lambda\mu}\left(\frac{\partial g^{(+)}_{\mu k}}{\partial x^i} + \frac{\partial g^{(+)}_{i\mu}}{\partial x^k} - \frac{\partial g^{(+)}_{ik}}{\partial x^\mu}\right). \qquad (1.9.23)$$

Ввиду «исходной» взаимной перпендикулярности интервалов $ds^{(-)}$ и $ds^{(+)}$ (см. п. 1.9.2) сопряженные геодезические линии соответственно *внешней* и *внутренней* сторон исследуемого участка $\lambda_{m\div n}$-вакуума так же оказываются взаимно перпендикулярными. При этом уравнение геодезических линий исследуемого участка $\lambda_{m\div n}$-вакуума как целостного образования можно записать в усредненном виде:

$$\frac{d^2x^\lambda}{ds^2} = -\frac{1}{2}\left(\Gamma^{\lambda(-)}_{ik} + i\Gamma^{\lambda(+)}_{ik}\right)\frac{dx^i}{ds}\frac{dx^k}{ds},$$

(1.9.24)

где присутствие мнимой единицы $i$ указывает, с одной стороны, на взаимную перпендикулярность сопряженных геодезических линий соответственно *внешней* и *внутренней* сторон исследуемого участка $\lambda_{m \div n}$-вакуума, а с другой стороны на скручиваемость этих линий в «жгуты» вокруг средней линии «тока» $\lambda_{m \div n}$-вакуумной протяженности.

*При более детальном рассмотрении, согласно (1.9.12), необходимо рассмотреть вариации системы следующих функционалов*

$$\begin{aligned} &\delta Э' = \delta \int ds' = \delta \int \{\boldsymbol{\mu}_1 ds^{(-)\prime} + \boldsymbol{\mu}_2 ds^{(+)\prime}\} = \boldsymbol{\mu}_1 \delta \int ds^{(-)\prime} + \boldsymbol{\mu}_2 \delta \int ds^{(+)\prime} = 0\,, \\ &\delta Э'' = \delta \int ds'' = \delta \int \{\boldsymbol{\mu}_1 ds^{(-)\prime\prime} + \boldsymbol{\mu}_2 ds^{(+)\prime\prime}\} = \boldsymbol{\mu}_1 \delta \int ds^{(-)\prime\prime} + \boldsymbol{\mu}_2 \delta \int ds^{(+)\prime\prime} = 0. \end{aligned} \tag{1.9.25}$$

*В этом случае динамическая задача распадается на рассмотрение системы из четырех взаимосвязанных функционалов:*

*1).* $$\delta Э^{(-)\prime} = \boldsymbol{\mu}_1 \delta \int ds^{(-)\prime} = 0, \qquad \mathrm{I} \tag{1.9.26}$$

*2).* $$\delta Э^{(+)\prime} = \boldsymbol{\mu}_2 \delta \int ds^{(+)\prime} = 0 \qquad \mathrm{H} \tag{1.9.27}$$

*– для **личины** внешней и **личины** внутренней сторон исследуемого участка $\lambda_{m \div n}$-вакуума.*

*3).* $$\delta Э^{(-)\prime\prime} = \boldsymbol{\mu}_1 \delta \int ds^{(-)\prime\prime} = 0, \qquad \mathrm{V} \tag{1.9.28}$$

*4).* $$\delta Э^{(+)\prime\prime} = \boldsymbol{\mu}_2 \delta \int ds^{(+)\prime\prime} = 0 \qquad \mathrm{H}' \tag{1.9.29}$$

*– для **изнанки** внешней и **изнанки** внутренней сторон того же участка $\lambda_{m \div n}$-вакуума.*

*В этом случае усредненное уравнение геодезических линий исследуемого участка $\lambda_{m \div n}$-вакуума как целостного образования должно иметь вид:*

$$\frac{d^2 x^\lambda}{ds^2} = -\frac{1}{2}\left\{\left(\vec{\mu}_1 \Delta_{ik}^{\lambda\;(+)} + \vec{\mu}_2 \Delta_{ik}^{\lambda\;(-)}\right) \times \left(\vec{\mu}_1 \overset{*}{\Delta}{}_{ik}^{\lambda(+)} + \vec{\mu}_2 \overset{*}{\Delta}{}_{ik}^{\lambda(-)}\right)\right\} \frac{dx^i}{ds}\frac{dx^k}{ds}\,, \tag{1.9.30}$$

*где* $$\Delta_{ik}^{\lambda\ (+)}\Delta_{ik}^{*\lambda(+)} = \Gamma_{ik}^{\lambda\ (+)}; \qquad \Delta_{ik}^{\lambda\ (-)}\Delta_{ik}^{*\lambda(-)} = \Gamma_{ik}^{\lambda\ (-)}, \tag{1.9.31}$$

*сводящийся к уравнению (1.9.24).*