2.5.1. Внешняя оболочка свободного движущегося «электрона»

Рассмотрим упрощенный случай, когда внешняя оболочка движущегося «электрона» вращается вокруг оси, которая не прецессирует вокруг направления его движения. В этом модельном представлении внешняя оболочка движущегося «электрона» описывается уже не метриками Шварцшильда – Шипова (2.3.16) и (2.3.17), а обобщенными метриками Керра:

Внешняя оболочка свободного движущегося «электрона»
две обобщенные метрики Керра
$r \in [r_e, R_v]$, сигнатура $(+ - - -)$

$$ds_1^{(-a)2} = \left(1 - \frac{r_e r}{\rho^{(-a)2}}\right) c^2 dt^2 - \frac{\rho^{(-a)2} dr^2}{\Delta^{(-a)}} - \rho^{(-a)2} d\theta^2 - \left(r^2 + a_1^2 + \frac{r_e r a_1^2}{\rho^{(-a)2}} \sin^2\theta\right) \sin^2\theta d\varphi^2 +$$
$$+ \frac{2 r_e r a_1}{\rho^{(-a)2}} \sin^2\theta \, d\varphi \, c dt, \qquad (для\, a - субконта) \tag{2.5.2}$$

$$ds_2^{(-b)2} = \left(1 + \frac{r_e r}{\rho^{(-b)2}}\right) c^2 dt^2 - \frac{\rho^{(-b)2} dr^2}{\Delta^{(-b)}} - \rho^{(-b)2} d\theta^2 - \left(r^2 + a_2^2 - \frac{r_e r a_2^2}{\rho^{(-b)2}} \sin^2\theta\right) \sin^2\theta d\varphi^2 -$$
$$- \frac{2 r_e r a_2}{\rho^{(-b)2}} \sin^2\theta \, d\varphi \, c dt, \qquad (для\, b - антисубкон\, та) \tag{2.5.3}$$

где $\rho^{(-a)2} = r^2 + a_1^2 \cos^2\theta, \quad \Delta^{(-a)} = r^2 + a_1^2 - r_e r^2,$

$\rho^{(-b)2} = r^2 + a_2^2 \cos^2\theta, \quad \Delta^{(-b)} = r^2 + a_2^2 + r_e r.$

Решение вакуумного уравнения Эйнштейна для вращающегося тела было открыто Керром в 1963 г. [4]. В виде (2.5.2) это решение впервые было приведено Бойером и Линдквистом в 1967 г. В литературе нет конструктивного вывода метрик (2.5.2) [4]. Но при подстановке компонент метрического тензора, входящих в эту метрику, в вакуумное уравнение Эйнштейна (2.2.5) получаются верные тождества. Метрика (2.5.3) получается при замене в метрике (2.5.2) всех r_e на $- r_e$ [6].

При параметре эллиптичности $a = 0$ обобщенные метрики Керра (2.5.2) и (2.5.3) переходят соответственно в метрики Шварцшильда – Шипова (2.3.16) и (2.3.17), а при $r_e = 0$ эти метрики становятся галилеевыми:

$$ds_1^{(-a)2} = c^2dt^2 - \frac{\rho^{(-a)2}dr^2}{r^2 + a_1^2} - \rho^{(-a)2}d\theta^2 - \left(r^2 + a_1^2\right)\sin^2\theta d\varphi^2, \qquad (2.5.4)$$

$$ds_2^{(-b)2} = c^2dt^2 - \frac{\rho^{(-b)2}dr^2}{r^2 + a_2^2} - \rho^{(-b)2}d\theta^2 - \left(r^2 + a_2^2\right)\sin^2\theta d\varphi^2. \qquad (2.5.5)$$

Действительно метрики (2.5.4) и (2.5.5) являются галилеевыми

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \qquad (2.5.6)$$

в пространственно-сплюснутых координатах.

Для примера, введем новые координаты

$$x = \sqrt{r^2 + a_1^2}\sin\theta\cos\varphi,$$
$$y = \sqrt{r^2 + a_1^2}\sin\theta\sin\varphi,$$
$$z = r\cos\theta.$$

В этих координатах, например, метрика (2.5.4) приобретает вид (2.5.6). При этом поверхности r = const представляют собой сплюснутые эллипсоиды вращения, описываемые уравнением

$$\frac{x^2}{r^2 + a_1^2} + \frac{y^2}{r^2 + a_1^2} + \frac{z^2}{r^2} = 1.$$

Если принять, что $r_q^2 = r^2 + a_1^2$, то данное выражение принимает вид

$$\frac{x^2}{r_q^2} + \frac{y^2}{r_q^2} + \frac{z^2}{r_q^2 - a_1^2} = 1. \qquad (2.5.7)$$

Сравнивая (2.5.1) и (2.5.7), обнаруживаем, что параметр a_1, определяющий степень эллиптичности движущегося субконтного образования, может быть определен следующим образом:

$$a_1 = r_q \frac{V_z}{c}\,, \tag{2.5.7а}$$

назовем его *субконтным параметром эллиптичности.*

Аналогично для метрики (2.5.3), описывающей поведение антисубконта, получим *антисубконтный параметр эллиптичности*

$$a_2 = -r_q \frac{V_z}{c}\,. \tag{2.5.7б}$$

С другой стороны, *параметры эллиптичности* a_1 и a_2 можно определить из следующих соображений.

Компонента g_{11}, например, метрики (2.5.2) обращается в бесконечность при $r^2 - r_e r + a^2 = 0$, откуда находим *радиус субконтного горизонта* [14]

$$r_0 = \frac{r_e}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{r_e}{2}\right)^2 - a_1^2}\,. \tag{2.5.8}$$

В свою очередь, компонента g_{00} той же метрики (2.5.2) обращается в ноль при $r^2 + a^2 \cos^2\theta = r_e r$, при этом можно определить *радиус поверхности бесконечного красного смещения* [14, 19]

$$r_s = \frac{r_e}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{r_e}{2}\right)^2 - a_1^2 \cos^2\theta}\,. \tag{2.5.9}$$

Из выражений (2.5.8) и (2.5.9) следует, что *параметр субконтной эллиптичности* не может превышать предельное значение [14]

$$a_{1\max} = \frac{r_e}{2}\,.$$

Аналогично из свойств метрики (2.5.3) получим предельное значение для *параметра антисубконтной эллиптичности*

$$a_{2\max} = \frac{r_e}{2}\,.$$

Согласно же (2.5.7*а*) и (2.5.7*б*) максимальное значение этого параметра достигается при $V_z = c$. Следовательно, необходимо полагать, что

$$r_q \equiv \frac{r_e}{2} .$$

При этом выражения (2.5.7*а*) и (2.5.7*б*) можно представить в виде

$$a_1 = \frac{r_e V_z}{2c} = \frac{r_e^2 \omega_z}{2c} \qquad (2.5.9а)$$

и

$$a_2 = -\frac{r_e V_z}{2c} = -\frac{r_e^2 \omega_z}{2c} , \qquad (2.5.9б)$$

где

$$\omega_z = \frac{V_z}{r_e} \qquad (2.5.9в)$$

– угловая скорость вращения сферы с радиусом r_e .

Величина

$$L_e = \frac{r_e^2 \omega_z}{2} , \qquad (2.5.10)$$

является аналогом момента импульса сплошного цилиндра (диска) с единичной массой и радиусом r_e , вращающегося с угловой скоростью ω_z .

Параметры *субконтной и антисубконтной эллиптичности* (2.5.9 *а, б*) с учетом (2.5.10) приобретают вид

$$a_1 = \frac{L_e}{c} , \qquad a_2 = -\frac{L_e}{c} .$$

Данное обстоятельство свидетельствует о том, что *параметры эллиптичности* a_1 и a_2 связаны с вращением *субконта* и *антисубконта* во внешней оболочке свободно движущегося «электрона».

Метрики (2.5.2) и (2.5.3) и (2.5.4) и (2.5.5) с учетом (2.5.9 *а, б*) упрощаются:

Внешняя оболочка свободного движущегося «электрона»

две обобщенные метрики Керра

$r \in [r_e, R_v]$, сигнатура $(+ - - -)$

$$ds_1^{(-a)2} = \left(1 - \frac{r_e r}{\rho^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{\rho^2 dr^2}{\Delta^{(-a)}} - \rho^2 d\theta^2 - \left(r^2 + a^2 + \frac{r_e r a^2}{\rho^2}\sin^2\theta\right)\sin^2\theta d\varphi^2 +$$
$$+ \frac{2 r_e r a}{\rho^2}\sin^2\theta\, d\varphi\, cdt \quad (\textit{для субконта}), \tag{2.5.11}$$

$$ds_2^{(-b)2} = \left(1 + \frac{r_e r}{\rho^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{\rho^2 dr^2}{\Delta^{(-b)}} - \rho^2 d\theta^2 - \left(r^2 + a^2 - \frac{r_e r a^2}{\rho^2}\sin^2\theta\right)\sin^2\theta d\varphi^2 +$$
$$+ \frac{2 r_e r a}{\rho^2}\sin^2\theta\, d\varphi\, cdt \quad (\textit{для антисубконта}), \tag{2.5.12}$$

где

$$\rho^2 = \rho^{(-a)2} = \rho^{(-b)2} = r^2 + a^2\cos^2\theta, \qquad a^2 = a_1^2 = a_2^2 = \frac{r_q^2 V_z^2}{c^2}, \tag{2.5.13}$$

$$\Delta^{(-a)} = r^2 - r_e r + a^2, \qquad \Delta^{(-b)} = r^2 + r_e r + a^2, \quad a = a_1 = -a_2, \quad r_q \equiv \frac{r_e}{2}.$$

Шельт движущегося «электрона»

$r \in [0, \infty]$, сигнатура $(+ - - -)$

$$ds_5^{(-)2} = c^2 dt^2 - \frac{\rho^2 dr^2}{r^2 + a^2} - \rho^2 d\theta^2 - \left(r^2 + a^2\right)\sin^2\theta d\varphi^2. \tag{2.5.14}$$

Далее выяснится, что обобщенные метрики (2.5.11), (2.5.12) и (2.5.14) описывают субконт-антисубконтный вращающийся тороид, подобный тороидальному вихрю в газе или в жидкости (см. рис. 2.5.1).