3.4. Принцип экстремума энтропии [13]

Ни что так не подходит для разума, как отрицание разума.

Блез Паскаль

Данный пункт чисто технический, но имеет тесную связь с глубинными принципами, заложенными в основу Мироздания. Это принципы экстремальности, гласящие, что в рамках дозволенного ТВОРЦОМ в мирах реализуется максимально возможное (т. е. наиболее вероятное) из того, что в принципе может произойти.

В предыдущем пункте мы ввели ПРВ $\rho\,(c_к;\,c'_к)$, не конкретизировав ее вида, и понятие усредненной энтропии (3.22). Оказывается, что введенная таким образом энтропия увязана с метафизическими устоями миропорядка. В данном пункте решаются сразу две задачи:

1. Конкретизируется ПРВ $\rho\,(c_к;\,c'_к)$ для равновесного состояния метрико-динамических флуктуаций характерного объема псевдоповерхности Естества, приходящегося на бурлящий слой «межуровенья».

2. Утверждается понятие энтропии как меры хаотичности. При этом оказывается, что хаос обуздан значительно более глубинными проявлениями вселенского Порядка, чем принцип «экстремальности».

Как известно, термодинамическая система находится в равновесном состоянии, когда ее энтропия достигает экстремального (максимального или минимального) значения. Поэтому весьма большой интерес представляет задача нахождения функции плотности распределения вероятности $\rho\,(c_к;\,c'_к)$, при которой энтропия как мера хаотичности достигает экстремального значения. При определении энтропии с помощью выражения (3.22) поставленная задача сводится к нахождению экстремума функционала вида

$$\bar{H}(x) = -\int_{-\infty}^{\infty} \rho(\mathrm{x}) \ln \rho(x)\,dx. \qquad (3.38)$$

(*Для простоты здесь рассматривается одномерный случай, тем не менее, данное упрощение не влияет на общность заключений.*)

Введем условия общего характера [13]:

1) математическое ожидание задается выражением

$$\int_{-\infty}^{\infty} x\rho(x)\,dx = a; \qquad (3.39)$$

2) дисперсия – выражением

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x-a)^2 \rho(x)\,dx = \sigma_x^2; \qquad (3.40)$$

3) калибровочное соотношение – выражением

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x)\,dx = 1. \qquad (3.41)$$

Согласно известным теоремам вариационного исчисления, с учетом условий (3.39) – (3.41) необходимо найти экстремум функционала

$$\int_{-\infty}^{\infty} F[x,\rho(x)]\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} \left[-\rho(x)\ln\rho(x) + \lambda_1 (x-a)^2 \rho(x) + \lambda_2 x\rho(x) + \lambda_3 \rho(x)\right] dx, \qquad (3.42)$$

где λ_1, λ_2, λ_3 – неизвестные константы.

ПРВ $\rho\,(x)$, при которой функционал (3.42) достигает экстремального значения, называют экстремалью данного функционала; она определяется на основании уравнения Эйлера, сводящегося в данном случае к выражению [13]

$$\frac{\partial F[x,\rho(x)]}{\partial \rho(x)} = -1 - \ln \rho(x) + \lambda_1 (x-a)^2 + \lambda_2 x + \lambda_3 = 0 .$$

Откуда

$$\rho(x) = \exp\left\{\lambda_1 (x-a)^2 + \lambda_2 x + \lambda_3 - 1\right\}. \tag{3.43}$$

Для определения констант λ_1, λ_2, λ_3 воспользуемся условиями (3.39) – (3.41). Из условия (3.41) следует

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) dx = \exp(\lambda_3 - 1) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{\lambda_1 (x-a)^2 + \lambda_2 x\right\} dx = 1 . \tag{3.44}$$

Для сходимости интеграла компонента λ_1 должна быть отрицательной. При этом, делая замену переменной $y = (x - a)$, запишем

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{\lambda_1 (x-a)^2 + \lambda_2 x\right\} dx = \exp(\lambda_2 a) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{\lambda_1 y^2 + \lambda_2 y\right\} dy = \sqrt{\frac{\pi}{-\lambda_1}} \exp\{\lambda_2 a\} \exp\left\{\frac{-\lambda_2^2}{4\lambda_1}\right\} .$$

Далее из (3.44) получаем

$$\exp(\lambda_3 - 1) = \sqrt{\frac{-\lambda_1}{\pi}} \exp\left(\frac{\lambda_2^2}{4\lambda_1} - \lambda_2 a\right). \qquad (3.45)$$

Воспользуемся теперь условием (3.40), которое после несложных преобразований приводит к уравнению вида

$$\frac{1}{-\lambda_1\sqrt{\pi}}\left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} + \frac{\lambda_2^2\sqrt{\pi}}{(-4\lambda_1)} + \frac{\lambda_2}{2\sqrt{-\lambda_1}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-z}dz\right] = \sigma_x^2. \qquad (3.46)$$

Легко видеть, что для конечности левой части (3.46) константа λ_2 должна быть равной нулю. Тогда

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2}\sigma_x^{-2}, \qquad (3.47)$$

а из (3.45) при этом имеем

$$\exp(\lambda_3 - 1) = \sqrt{\frac{-\lambda_1}{\pi}}. \qquad (3.48)$$

В результате после подстановки (3.47) и (3.48) в уравнение (3.43) находим

$$\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left\{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma_x^2}\right\}. \qquad (3.49)$$

Итак, экстремалью функционала (3.38) с учетом условий (3.39) – (3.41) является гауссовская ПРВ (3.49).

Это важный вывод, поскольку позволяет нам обоснованно полагать, что в равновесном состоянии метрико-динамические флуктуации характерных объемов межуровенья в толще псевдоповерхности Естества подчиняются гауссовскому закону распределения вероятности. К этому виду ПРВ мы приходим независимо от того, какие параметры описывают их метрико-динамические свойства. Это означает, что принципы экстремальности сформулированы как независимые законы Мироздания.

Этот результат нам пригодится при исследовании фундоскопического уровня псевдоповерхности Естества. Не имея возможности проникнуть в столь глубинные слои Бытия с помощью эксперимента, мы все же можем опереться на принципы экстремальности, замечательно зарекомендовавшие себя при исследовании макромира. Основной принцип экстремальности гласит: «В случае отсутствия влияния активного рассудка на какой-либо участок протяженного слоя Естества в нем устанавливаются такие правила Бытия, которые приводят к наиболее вероятному результату из всех возможных исходов при наименьших затратах усилий (энергии)». Этот наиболее вероятный и энергетически выгодный исход называют равновесным состоянием. Такое состояние характеризуется однородностью и изотропностью поля «хаотических» флуктуаций по всему исследуемому участку псевдоповерхности Естества.

На тех участках псевдоповерхности Естества, где наблюдаются локальные проявления активности Рассудка, направленные на созидание, ни о какой равновесности и однородности и речи быть не может. В таких местах идет активное строительство по заранее продуманному плану. При этом данный слой или несколько слоев псевдоповерхности Естества принимают локальные упорядоченные, самосбалансированные формы, пронизанные симметриями, порядком и гармоничным алгоритмом функционирования обменных процессов. Такое созидание происходит не вопреки Природе Бытия, а, напротив, с использованием Ее закономерностей. Но даже в тех местах различных слоев псевдоповерхности Естества, где нет активных процессов созидания (т. е. там, где активность Рассудка на время как бы «засыпает»), действие принципа «Экстремальности» свидетельствует о присутствии здесь «пассивного» проявления все пронизывающего РАССУДКА, Истекающего из несоизмеримо более глубинных и таинственных Истоков Бытия. Это проявление Вселенского РАЗУМА несоизмеримо более Таинственное, Могущественное и Опасное. Можно нарушить и исказить программу локального созидательного процесса, но преодолеть Запреты, наложенные на деяния Хаоса, не позволено никому.

В частности принцип экстремальности позволяет нам достаточно обоснованно полагать, что наиболее возможный хаос реализуется в исходном объеме «тела» Протил-Плеромы лишь тогда, когда все случайные функции ($c_1(t)$, $c_2(t)$, …, $c_{256}(t)$) являются независимыми стационарными гауссовскими случайными процессами. То есть когда все случайные величины (c_1, c_2, …, c_{256})_ статистически независимы и распределены по гауссов-

скому закону. В этом смысле «хаос» обуздан и его поведение, т. е. переход из неоднородного (возбужденного) состояния в равновесное (успокоенное) состояние, предопределено высшими принципами Мироздания.

Энтропия, определенная в виде функционала (3.38), позволяет скопировать пассивные проявления Разумной реальности в бурлящих слоях псевдоповерхности Естества. Это математическое понятие содержит в себе внутренний потенциал смысла, Заложенный Провидением в основу принципов «Экстремальности» Бытия. Поэтому экстремали данного функционала соответствуют отражению стремлений Живой Реальности к наиболее энергетически выгодному состоянию из всех возможных.

Покажем, что для гауссовского случайного процесса значения самого процесса $c_j(t)$ и его первой производной в той же точке и в тот же момент времени $c_j'(t)$ являются независимыми случайными величинами. Как известно, для того, чтобы две случайные величины x и y были статистически независимыми, необходимо и достаточно выполнения условия

$$\rho(x,y)=\rho(x)\rho(y), \tag{3.50}$$

где $\rho(x, y)$ – совместная плотность распределения вероятности случайных величин x и y.

Совместная плотность распределения вероятности для гауссовского случайного процесса $c(t)$ и его первой производной в той же точке среды $c'(t)$ имеет вид [14], [15]:

$$\rho(c,c')=\frac{1}{2\pi D_c\sqrt{-r_c''(0)}}\exp\left\{-\frac{1}{2D_c}\left[(c-m_c)^2\frac{c'^2}{r_c''(0)}\right]\right\}, \tag{3.51}$$

где

$$D_c=\int_{-\infty}^{\infty}(c-m_\varphi)^2\rho(c)d(c)$$

– дисперсия случайной величины c;

$$m_c=\int_{-\infty}^{\infty}c\rho(c)d(c)$$

– ее математическое ожидание;

$$r_c(t_2-t_1)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}c(t_1)c(t_2)\rho[c(t_1),c(t_2)]dc(t_1)dc(t_2)$$

– корреляционная функция случайного процесса $c(t)$;

$c(t_1)$ – значение функции в момент времени t_1;

$c(t_2)$ – значение той же функции в той же точке в момент t_2;

$r_c''(0)$ – вторая производная от корреляционной функции $r_c(t_2 - t_1)$ при $t_2 = t_1$;

Выражение (3.51) может быть представлено в виде

$$\rho(c,c')=\frac{1}{\sqrt{2\pi D_c}}\exp\left\{-\frac{1}{2D_c}(c-m_c)^2\right\}\frac{1}{\sqrt{-2\pi D_c r_c''(0)}}\exp\left\{-\frac{c'^2}{2D_c\left[-r_c''(0)\right]}\right\}. \tag{3.52}$$

Откуда для гауссовского случайного процесса следует статистическая независимость случайных величин c и c':

$$\rho(c, c') = \rho(c)\rho(c') . \tag{3.53}$$

Следовательно:

$$\overline{c\cdot c'}=\bar{c}\cdot\overline{c'}, \tag{3.54}$$

где черта для стационарного, случайного процесса означает усреднение по времени или по реализациям.