

1.2.10.1. Первый этап компактификации

Прежде всего, обратим внимание на то, что среди 256-ти инферальных 4-карт имеет место 16-кратная вырожденность. Дело в том, что 16 типов скалярных произведений векторов 4-базисов, показанных на рис. 1.2.5, приводят к получению шестнадцати квадратичных форм вида (1.2.47) $ds^{(a,b)2} = e_i^{(a)} e_j^{(b)} dx_i^{(a)} dx_j^{(b)}$ с одинаковыми сигнатурами.

Покажем это на примере вырождения инферальных 4-пространств с сигнатурой $(-+-+)$.

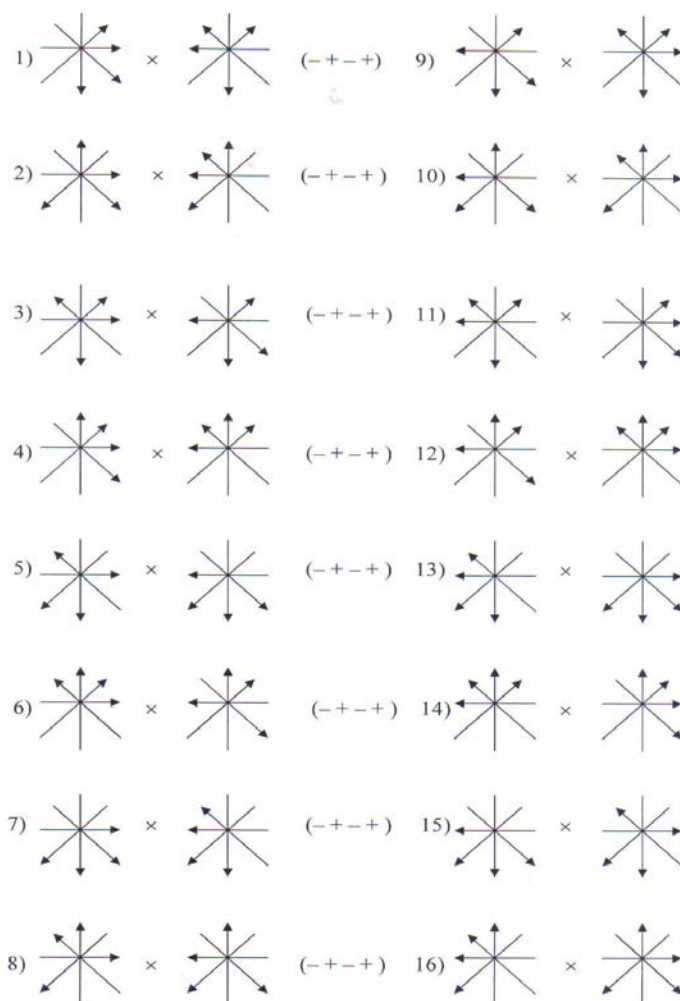


Рис. 1.2.21. Шестнадцать скалярных произведений векторов 4-базисов приводящих к метрикам с единой сигнатурой $(-+-+)$

На рис. 1.2.21 показано, что каждое из 16 скалярных произведений соответствующих векторов $(e_i^{(a)} e_j^{(b)})$ 4-базисов, показанных на рис. 1.2.5, приводят к метрическим пространствам с одной и той же сигнатурой $(- + - +)$.

Поэтому для рассматриваемого случая идеального состояния (решимо) исследуемого участка вакуума все инфраметрики $ds^{(a,b)2} = e_i^{(a)} e_j^{(b)} dx_i^{(a)} dx_j^{(b)}$, соответствующие этим базисным скалярным произведениям, имеют одну и ту же сигнатуру $(- + - +)$, т. е. совершенно идентичны.

Далее, при рассмотрении искривленного состояния того же участка $\lambda_{m \rightarrow n}$ -вакуума обнаружим, что данная 16-кратная вырожденность может расщепляться на шестнадцать неидентичных искаженных инфраметрик $ds^{(a,b)2} = ds^{(a)} ds^{(b)} = k_{mi}^{(a)} k_{nj}^{(b)} e_m^{(a)} e_n^{(b)} dx_i dx_j$ (см. п. 1.3.2).

Исходная идеальная вырожденность всегда содержит потенциальную возможность расщепления на дискретный ряд соответствующих подуровней в случае возбужденного (искривленного) состояния.

При арифметическом усреднении 16-ти инфраметрик с одинаковыми сигнатурами $(- + - +)$ получим единую усредненную метрику

$$\begin{aligned} \langle ds^{(-+ - +)2} \rangle &= \frac{1}{16} \{ e_m^{(14)} e_n^{(2)} + e_m^{(13)} e_n^{(1)} + \dots + e_m^{(1)} e_n^{(13)} \} dx_i dx_j = \\ &= -dx_0^2 + dx_1^2 - dx_2^2 + dx_3^2. \end{aligned} \quad (1.2.49)$$

Из-за 16-кратной вырожденности из 256 инфраметрик точно так же можно получить только $256/16 = 16$ типов усредненных метрик с 16-ю возможными сигнатурами:

$$\begin{aligned} \langle ds^{(++++)2} \rangle &= dx_0 dx_0 + dx_1 dx_1 + dx_2 dx_2 + dx_3 dx_3 \\ \langle ds^{(----)2} \rangle &= -dx_0 dx_0 - dx_1 dx_1 - dx_2 dx_2 + dx_3 dx_3 \\ \langle ds^{(+--+)2} \rangle &= dx_0 dx_0 - dx_1 dx_1 - dx_2 dx_2 + dx_3 dx_3 \\ \langle ds^{(+- -)2} \rangle &= dx_0 dx_0 - dx_1 dx_1 - dx_2 dx_2 - dx_3 dx_3 \\ \langle ds^{(-+-)2} \rangle &= -dx_0 dx_0 - dx_1 dx_1 + dx_2 dx_2 - dx_3 dx_3 \\ \langle ds^{(-+ -)2} \rangle &= -dx_0 dx_0 + dx_1 dx_1 - dx_2 dx_2 - dx_3 dx_3 \\ \langle ds^{(+ - +)2} \rangle &= dx_0 dx_0 - dx_1 dx_1 + dx_2 dx_2 - dx_3 dx_3 \end{aligned} \quad (1.2.50)$$

$$\begin{aligned}
 \langle ds^{(+---)2} \rangle &= dx_0 dx_0 + dx_1 dx_1 - dx_2 dx_2 - dx_3 dx_3 \\
 \langle ds^{(----)2} \rangle &= -dx_0 dx_0 - dx_1 dx_1 - dx_2 dx_2 - dx_3 dx_3 \\
 \langle ds^{(++-)2} \rangle &= dx_0 dx_0 + dx_1 dx_1 + dx_2 dx_2 - dx_3 dx_3 \\
 \langle ds^{(-+-)2} \rangle &= -dx_0 dx_0 + dx_1 dx_1 + dx_2 dx_2 - dx_3 dx_3 \\
 \langle ds^{(---)2} \rangle &= -dx_0 dx_0 + dx_1 dx_1 + dx_2 dx_2 + dx_3 dx_3 \\
 \langle ds^{(+-+)2} \rangle &= dx_0 dx_0 + dx_1 dx_1 - dx_2 dx_2 + dx_3 dx_3 \\
 \langle ds^{(+--+)2} \rangle &= dx_0 dx_0 - dx_1 dx_1 + dx_2 dx_2 + dx_3 dx_3 \\
 \langle ds^{(-+-)2} \rangle &= -dx_0 dx_0 + dx_1 dx_1 - dx_2 dx_2 + dx_3 dx_3 \\
 \langle ds^{(---)2} \rangle &= -dx_0 dx_0 - dx_1 dx_1 + dx_2 dx_2 + dx_3 dx_3 .
 \end{aligned}$$

В отличие от 256 инфраметриков (1.2.47), усредненные метрики (1.2.50) будем называть «ультраметриками», а задаваемые ими метрические пространства – ультеральными метрическими 4-пространствами (или ультеральными 4-картами):

$$\begin{aligned}
 \langle ds^{(+---)2} \rangle \quad \langle ds^{(+++)2} \rangle \quad \langle ds^{(---)2} \rangle \quad \langle ds^{(+--+)2} \rangle \\
 \langle ds^{(---)2} \rangle \quad \langle ds^{(+--+)2} \rangle \quad \langle ds^{(---)2} \rangle \quad \langle ds^{(+--+)2} \rangle \quad (1.2.51) \\
 \langle ds^{(---)2} \rangle \quad \langle ds^{(----)2} \rangle \quad \langle ds^{(++-)2} \rangle \quad \langle ds^{(-+-)2} \rangle \\
 \langle ds^{(++-)2} \rangle \quad \langle ds^{(---)2} \rangle \quad \langle ds^{(+--+)2} \rangle \quad \langle ds^{(-+-)2} \rangle
 \end{aligned}$$

Полный набор из 16-ти ультеральных 4-карт (1.2.51) образует единый 16-листный атлас окрестности точки O (см. рис. 1.2.1) λ_{m+n} -вакуума.

Каждая из шестнадцати 4-карт этого усредненного атласа имеет четыре измерения, поэтому при ультеральном (усредненном) рассмотрении в исследуемой точке O (рис. 1.2.1) вместо $256 \times 4 = 1024$ остается только



(www.x-top.org)

$16 \times 4 = 64$ измерения.

Таким образом, на первом этапе компактификации с помощью процедуры усреднения типа (1.2.49) удастся сократить количество дополнительных измерений в 16 раз.