1.9.6. Физический смысл векторов $\mathbf{E}_o$ и $\mathbf{B}_o$

Чтобы прояснить физический смысл векторов $\lambda_{m\div n}$-вакуумной напряженности $\mathbf{E}_o$ и индукции $\mathbf{B}_o$, рассмотрим произвольное движение системы отсчета K' (x',y',z') относительно покоящейся системы отсчета $K(x,y,z)$.

Положение начала системы отсчета K' относительно K задается вектором $\mathbf{r}_0$.

Из рис. 1.9.4 видно, что радиус-векторы $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}'$, задающие положение точки M в системах K и K', связаны соотношением [40]:

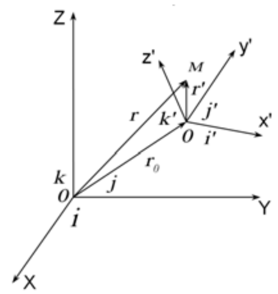

Рис. 1.9.4. Движение системы отсчета K' относительно покоящейся системы отсчета K [40]

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}' \qquad (1.9.67)$$

или

$$\mathbf{i}x + \mathbf{j}y + \mathbf{k}z = \mathbf{r}_0 + \mathbf{i}'x' + \mathbf{j}'y' + \mathbf{k}'z'. \qquad (1.9.68)$$

Для нахождения связи между координатами точки M в K и K' необходимо скалярно умножить обе части этого равенства на соответствующий единичный вектор. Например, чтобы найти координату x, надо произвести скалярное умножение на вектор $\mathbf{i}$. В результате получим [40]

$$x = \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{i} + \mathbf{i}' \cdot \mathbf{i}\, x' + \mathbf{j}' \cdot \mathbf{i}\, y' + \mathbf{k}' \cdot \mathbf{i}\, z' \qquad (1.9.69)$$

или, что то же самое:

$$x = r_{0x} + \cos(\mathbf{i}', \mathbf{i})\, x' + \cos(\mathbf{j}', \mathbf{i})\, y' + \cos(\mathbf{k}', \mathbf{i})\, z', \qquad (1.9.70)$$

где, например, cos $(\mathbf{j}', \mathbf{i})$ – косинус угла между ортонормированными векторами $\mathbf{j}'$ и $\mathbf{i}$.

Аналогично находятся выражения для координат y и z.

Пусть система отсчета K неподвижна, а система отсчета K' произвольно движется. В общем случае движение системы K' относительно K можно рассматривать как сумму двух движений: поступательного со скоростью $\boldsymbol{v}_0$ точки O'(рис.1.9.4) и вращения вокруг этой точки с угловой скоростью $\boldsymbol{\Omega}$.

Скорость точки M относительно системы K («решимо») получается в результате дифференцирования обеих сторон (1.9.67)

$$\mathbf{v}_a = d\mathbf{r}/dt = d\mathbf{r}_0/dt + d\mathbf{r}'/dt \qquad (1.9.71)$$

или

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_0 + (x'd\mathbf{i}'/dt + y'd\mathbf{j}'/dt + z'd\mathbf{k}'/dt) + (\mathbf{i}'\,dx'/dt + \mathbf{j}'\,dy'/dt + \mathbf{k}'\,dz'/dt). \qquad (1.9.72)$$

Орты $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$ и $\mathbf{k}'$ подвижной системы координат K' могут изменяться в системе отсчета K только вследствие ее вращения вокруг точки O' с угловой скоростью $\mathbf{\Omega}$. Производные по времени от $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$ и $\mathbf{k}'$ равны линейным скоростям концов этих векторов при вращении системы K', поэтому [40]:

$$d\mathbf{i}'/dt = [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{i}'], \quad d\mathbf{j}'/dt = [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{j}'], \quad d\mathbf{k}'/dt = [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{k}']. \qquad (1.9.73)$$

Подставляя (1.9.72) в (1.9.73), получим

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_0 + [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}'] + \mathbf{v}_r, \qquad (1.9.74)$$

где

$$\mathbf{v}_r = (\mathbf{i}'\,dx'/dt + \mathbf{j}'\,dy'/dt + \mathbf{k}'\,dz'/dt). \qquad (1.9.75)$$

Ускорение точки M относительно системы отсчета K равно

$$\mathbf{a} = d\mathbf{v}_a/dt = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_e + \mathbf{a}_k, \qquad (1.9.76)$$

где

$$\mathbf{a}_r = (\mathbf{i}'\,d^2x'/dt^2 + \mathbf{j}'\,d^2y'/dt^2 + \mathbf{k}'\,d^2z'/dt^2) \qquad (1.9.77)$$

– относительное ускорение;

$$\mathbf{a}_e = d\mathbf{v}_0/dt + [d\mathbf{\Omega}/dt \times \mathbf{r}'] + [\mathbf{\Omega} \times [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}']] \qquad (1.9.78)$$

– переносное ускорение;

$$\mathbf{a}_k = 2[\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v}_r] \qquad (1.9.79)$$

– кориолисово ускорение.

Перепишем выражение (1.9.76) в следующем виде

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_p + 2[\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v}_r], \qquad (1.9.80)$$

где

$$a_p = d\mathbf{v}_0/dt + (\mathbf{i}'d^2x'/dt^2 + \mathbf{j}'d^2y'/dt^2 + \mathbf{k}'d^2z'/dt^2) + [d\mathbf{\Omega}/dt \times \mathbf{r}'] + [\mathbf{\Omega} \times [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}']] \qquad (1.9.81)$$

– относительно-переносное ускорение.

Принимая во внимание известное в аналитической геометрии соотношение

$$[\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v}_r] = -[\mathbf{v}_r \times \mathbf{\Omega}],$$

(1.9.82)

выражение (1.9.80) можно представить в виде

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_p - 2[\mathbf{v}_r \times \mathbf{\Omega}]. \qquad (1.9.83)$$

При сравнении ускорения (1.9.83) с ускорением (1.9.61):

$$\mathbf{a} = \mathbf{E}_o + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}_o] \qquad (1.9.84)$$

обнаруживается следующая очевидная аналогия:

$$\mathbf{E}_o \equiv \mathbf{a}_p, \quad \mathbf{B}_o \equiv -2\mathbf{\Omega}, \quad \mathbf{v} \equiv \mathbf{v}_r\,. \qquad (1.9.85)$$

То есть, выясняется, что:

– вакуумная напряженность $\mathbf{E}_o$ тождественна переносному ускорению $\mathbf{a}_p$ исследуемого участка метрической протяженности относительно «решимо» (исходного состояния);

– вакуумная индукция $\mathbf{B}_o$ тождественна удвоенной угловой скорости вращения $2\mathbf{\Omega}$ того же участка метрической протяженности относительно «решимо» (исходного состояния);

– скорость $\mathbf{v}$ соответствует скорости перемещения подвижной системы отсчета $\mathbf{v}_r$ [см. выражение (1.9.75)].

Из приведенной аналогии видно, что вектор $\lambda_{m\div n}$-вакуумной напряженности $\mathbf{E}_o$ задает величину и направление ламинарного (прямолинейного) ускоренного движения исследуемого участка метрической протяженности одной из сторон $\lambda_{m\div n}$-вакуума относительно его «решимо», а вектор вакуумной индукции $\mathbf{B}_o$ – соответствует турбулентной (вращательной) составляющей движения того же участка той же метрической протяженности.